

# Számítógép architektúrák

- Számítógépek felépítése
- **Digitális adatábrázolás**
- Digitális logikai szint
- Mikroarchitektúra szint
- Gépi utasítás szint
- Operációs rendszer szint
- Assembly nyelvi szint
- Probléma orientált (magas szintű) nyelvi szint
- Perifériák

# Ajánlott irodalom

• <http://it.inf.unideb.hu/~halasz>

• **S. Tanenbaum: *Structured computer organization* (Prentice Hall, 2006) (T). Magyarul: Számítógép-architektúrák 2. átdolgozott, bővített kiadás (Panem 2006).**

• Patterson D.A., Henessy J.L.: *Computer organization & Design*, Morgan Kaufmann Publ. (2 ed.) 1998.

• Rob Williams: *Computer System Architecture (A Networking Approach)*, Addison Wesley, 2001.

• Sima D., Fountain T., Kacsuk, P.: *Korszerű számítógép architektúrák tervezési tér megközelítésben*, Szak Kiadó, 1998.

• **Randall Hyde: *The Art of Assembler Language*, Randall Hyde, 2003.**

• Osborne: *80386/80286 Assembly Language Programming*, Mc Graw-Hill, 1986.

# Fixpontos számok

P1.: előjeles kétjegyű decimális számok :

- Ábrázolási tartomány:  $[-99, +99]$ .
- Pontosság (két „szomszédos” szám különbsége): 1.
- Maximális hiba: (az ábrázolási tartományba eső) tetszőleges valós szám, és a hozzá legközelebb lévő ábrázolható szám különbsége:  $1/2$ .

Számolási pontatlanságok:

$a = 70, b = 40, c = -30$  esetén

$$a + (b + c) = 80,$$

$$(a+b) + c = -20.$$

túlcsordulás

# Helyértékes ábrázolás

$$\text{Pl.: } 521,25_{10} = 5 * 10^2 + 2 * 10^1 + 1 * 10^0 + \\ 2 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2}.$$

Általában (q alapú számrendszer esetén):

$$a_n a_{n-1} \dots a_0, b_1 b_2 \dots b_m = \\ a_n * q^n + a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_0 + b_1 * q^{-1} + b_2 * q^{-2} + \dots + b_m * q^{-m} \\ 0 \leq a_i, b_j < q$$

Átszámolás számrendszerek között

B: Bináris, O: Oktális, D: Decimális H: Hexadecimális

B	O	D	H	B	O	D	H
0	0	0	0	1000	10	8	8
1	1	1	1	1001	11	9	9
10	2	2	2	1010	12	10	A
11	3	3	3	1011	13	11	B
100	4	4	4	1100	14	12	C
101	5	5	5	1101	15	13	D
110	6	6	6	1110	16	14	E
111	7	7	7	1111	17	15	F

### A.3. ábra része

Pl.  $23,375_{10}$  átszámítása kettes számrendszer-be.

Egész rész osztással:

Tört rész szorzással:

$/2$	marad	egész	$*2$
23	1 ↑		0.375
11	1	0 ↓	.750
5	1	1	.500
2	0	1 ↓	.000
1	1		
	$10111_2$		$0,011_2$

$$23,375_{10} = 10111,011_2.$$

Véges tizedes tört nem biztos, hogy binárisan is véges!

# Példa bináris összeadásra:

1. összeadandó: 0 1 0 1 1 0 1 0 (= 90<sub>10</sub>)

2. összeadandó: 0 1 1 1 1 1 0 0 (=124<sub>10</sub>)

Átvitel: 0 1 1 1 1 0 0 0

Eredmény: 1 1 0 1 0 1 1 0 (=214<sub>10</sub>)

# Átszámítás 10-es számrendszerbe

q alapú számrendszerből legegyszerűbben a Horner elrendezéssel alakíthatunk át:

$$\begin{aligned} & a_n * q^n + a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_0 + \\ & b_1 * q^{-1} + b_2 * q^{-2} + \dots + b_m * q^{-m} = \\ & (\dots(a_n * q + a_{n-1}) * q + \dots + a_1) * q + a_0 \\ & (\dots(b_m / q + b_{m-1}) / q + \dots + b_1) / q \end{aligned}$$

$$\$a\_5f67 = (((10 * 16 + 5) * 16 + 15) * 16 + 6) * 16 + 7$$

$$\%1\_0110\_0101 = ((((((1 * 2 + 0) * 2 + 1) * 2 + 1) * 2 + 0) * 2 + 0) * 2 + 1) * 2 + 0) * 2 + 1$$

$\$abcd$  – hexadecimális (16-os) számrendszerben megadott szám

$\%0100$  – bináris (kettes számrendszerben megadott) szám



A számítógép kettes számrendszerben dolgozik, 10-es számrendszerből a Horner elrendezéssel alakítja át a számokat. A formulában  $a_i$ -t,  $b_j$ -t és  $q$ -t kettes számrendszerben kell megadni.

Kettes számrendszerből 10-es számrendszerbe 10-zel való ismételt osztással állítja elő az egész részt, és 10-zel való ismételt szorzással állítja elő a tört részt – hasonlóan ahhoz, ahogy korábban bemutattuk a 10-es számrendszerből 2-esbe való átszámítást.

**Bit:** egy bináris számjegy, vagy olyan áramkör, amely egy bináris számjegy ábrázolására alkalmas.

**Bájt (Byte):** 8 bit, 8 bites szám.

**Előjeles fixpontos számok:**

$2^8 = 256$  különböző 8 bites szám lehetséges.

Melyek jelentsenek negatív értékeket?

Előjeles számok szokásos ábrázolásai:

- előjeles abszolút érték,
- egyes komplement,
- **kettes komplement,**
- többletes.

# Előjeles abszolút érték:

előjel és abszolút érték,

az első bit (balról) az előjel: 0: +, 1: -

$$\begin{array}{r} \text{Pl.: } +25_{10} = 00011001_2, \quad -25_{10} = 10011001_2. \\ \quad \quad \quad + \quad \quad \quad \quad \quad - \end{array}$$

Jellemzők (8 bites szám esetén):

- a legkisebb szám -127, a legnagyobb 127,
- a nulla kétféleképpen ábrázolható.

## Egyes komplement:

az első bit az előjel (0: pozitív, 1: negatív).

Egy szám  $-1$ -szerese (negáltja) úgy kapható meg, hogy a szám minden bitjét negáljuk (ellenkezőjére változtatjuk).

$$\begin{aligned} \text{Pl.: } +25_{10} &= 00011001_2, \\ -25_{10} &= 11100110_2. \end{aligned}$$

Jellemzők (8 bites szám esetén):

- a legkisebb szám  $-127$ , a legnagyobb  $127$ ,
- a nulla kétféleképpen ábrázolható.

# Előjeles számok, egyes komplementens (Példa összeadásra)

$$\begin{array}{r} \% 1011\_1100 \ (-67) \\ + \underline{\% 1111\_1010} \ (-5) \\ \hline \% 1011\_0110 \ (-73) \end{array} \qquad \begin{array}{r} \% 1111\_1001 \ (-6) \\ + \underline{\% 0000\_1001} \ (+9) \\ \hline \% 0000\_0010 \ (+2) \end{array}$$

## Kettes komplement:

az első bit az előjel (0: pozitív, 1: negatív).

Egy szám negáltja úgy kapható meg, hogy az egyes komplementéhez egyet hozzáadunk.

$$\text{Pl.: } +25_{10} = 00011001_2,$$

$$-25_{10} = 11100110_2 \text{ egyes komplement,}$$

$$-25_{10} = 11100111_2 \text{ kettes komplement.}$$

Jellemzők (8 bites szám esetén):

- a legkisebb szám -128, a legnagyobb 127,
- a nulla egyértelműen ábrázolható.

# Előjeles számok, kettes komplementum (Példák összeadásra)

$$\begin{array}{r} \%1011\_1101 \ (-67) \\ + \%1111\_1011 \ (-5) \\ \hline \%1011\_1000 \ (-72) \end{array} \qquad \begin{array}{r} \%1111\_1010 \ (-6) \\ + \%0000\_1001 \ (+9) \\ \hline \%0000\_0011 \ (+3) \end{array}$$

- $\%0100\_0011=67$
- $\%0000\_0101=5$
- $\%0100\_1000=72$
- $\%0000\_0110=6$
- $\%0000\_1001=9$

# Kettes komplement

- **Képzése**

- Egyes komplement +1
- ....

- **Kódolás** (előjeles egész számok kódolására használt módszer, **elterjedten használják erre a célra**)

- MSB --- előjel
  - 0 --- pozitív
  - 1 --- negatív
- Ha pozitív, ugyanaz az érték, mint a „normál” számok esetén
- Ha negatív, az abszolút érték meghatározásához kettes komplementet kell képezni.
- Ugy is megfogalmazható a kódolás, hogy:

A legmagasabb helyiértékű bit

(+  $2^{n-1}$ ) helyett ( $-2^{n-1}$ )-et ér

- $E_k(x,n)$  --- x egyes komplemente n biten ábrázolva

- $K_k(x,n)$  --- x kettes komplemente n biten ábrázolva

- $x + E_k(x) = 2^n - 1$

$$\begin{array}{r} \%1011\_0010 \\ + \%0100\_1101 \\ \hline \%1111\_1111 = 2^8 - 1 \end{array}$$

- $x + K_k(x) = 2^n$  (kivéve, ha  $x=0$ )

- $2^n$  --- n biten ábrázolva **0** lesz, azaz  $x + K_k(x) = 0$

- Az ábrázolt érték =

$$\begin{array}{ll} x, & \text{ha MSB}=0 \text{ és} \\ -(2^n - x) = x - 2^n & \text{ha MSB}=1. \end{array}$$



# Példák ketten komplementek kódolására

- $23 = \%0001\_0111$
- $E_k(23,8) = \%1110\_1000$
- $K_k(23,8) = \%1110\_1001$
- $\acute{A}é(+, \%1110\_1001) = 233$
- $\acute{A}é(-, \%1110\_1001) = -23$
- $\acute{A}é(\pm, \%0110\_1001) = 105$
- $233 = 105 + (+128)$
- $-23 = -(256 - 233) = 105 + (-128)$
- $6 = \%0110$
- $K_k(6,4) = \%1010$
- $K_k(6,8) = \%1111\_1010$
- $\acute{A}é(+, \%1111\_1010) = 250$
- $\acute{A}é(-, \%1111\_1010) = -6$
- $\acute{A}é(\pm, \%0111\_1010) = 122$
- $250 = 122 + (+128)$
- $-6 = -(256 - 250) = 122 + (-128)$

**Többlletes:** a szám és a többlet összegét ábrázoljuk előjel nélkül (ez már pozitív!).  $m$  bites szám esetén a többlet **általában**  $2^{m-1}$  vagy  $2^{m-1} - 1$

P1.:  $+25_{10} = 10011001_2$ , 128-többlletes ábrázolás

$-25_{10} = 01100111_2$   $128-25=103$

Jellemzők (128 többlet esetén):

- a legkisebb szám -128, a legnagyobb 127,
- a nulla egyértelműen ábrázolható.

**Megjegyzés:** a  $2^{m-1}$  többlletes ábrázolás azonos a kettes komplementessel – eltekintve az előjel bittől, amely épp ellentétes.

**Használata:** a lebegőpontos számok kitevő-részénél.

**BCD (Binary Coded Decimal) ábrázolás:** minden decimális számjegyet négy biten ábrázolunk.

### **Negatív számok BCD ábrázolása:**

- Előjeles abszolút érték (Pentium: 80 bites egész)
- 9 vagy 10 komplementes kóddal.

$$\text{Pl.: } +301_{10} = 0000\ 0011\ 0000\ 0001,$$

$$-301_{10} = 1001\ 0110\ 1001\ 1000 \text{ (9 komplementes),}$$

$$-301_{10} = 1001\ 0110\ 1001\ 1001 \text{ (10 komplementes).}$$

# Lebegőpontos számok

előjel      karakterisztika      törtrész

Sok ekvivalens ábrázolási lehetőség, a leggyakrabban a törtrész első számjegye az adott szám első, nullától különböző számjegye (normalizált alak).

Példa:  $154 = 0,0154 \times 10^4 = \mathbf{0,154 \times 10^3} (= \mathbf{1,54 \times 10^2})$ .

Illetve:  $154 = \%0,10011010 \times 2^8 = \%1,0011010 \times 2^7$

## Megjegyzések:

- A nulla ábrázolásához külön megállapodásra van szükség (általában csupa nulla számjegyből áll).
- A lebegőpontos ábrázolásoknál is meghatározható a legkisebb és a legnagyobb ábrázolható szám, továbbá a legkisebb és legnagyobb hiba.

# IEEE 754 standard

single 32 bites, double 64 bites (, extended 80 bites).

típus	előjel	kitevőrész	törtrész
single	1 bit	8 bit 127-többlletes	23 bit
double	1 bit	11 bit 1023-többlletes	52 bit

single: Ha  $0 < a$  a kitevőrész  $< 255$ , a szám normalizált.

Normalizált tört vezető 1-es bitje nincs ábrázolva!

# Normalizált számok (IEEE 754, single)

$$0 < \text{kitevőrész} < 255$$

$$\text{kitevőrész} = \text{kitevő} + 127, \quad 127 \text{ többletes.}$$

Lehetséges kitevők:  $-126, -125, \dots, +127$ .

Közvetlenül a törtrész elé kell képzelni egy  $1$ -est (**implicit bit**) és a bináris pontot.

Az ábrázolt szám:  $\pm (1 + \text{törtrész}) * 2^{\text{kitevő}}$

$$\text{Pl. : } 1 \quad \mathbf{0011} \quad \mathbf{1111} \quad \mathbf{1000} \quad \dots \quad \mathbf{0000}_2 = 3\text{F}80 \quad 0000_{16}$$

$$0,5 \quad \mathbf{0011} \quad \mathbf{1111} \quad \mathbf{0000} \quad \dots \quad \mathbf{0000}_2 = 3\text{F}00 \quad 0000_{16}$$

$$-1,5 \quad \mathbf{1011} \quad \mathbf{1111} \quad \mathbf{1100} \quad \dots \quad \mathbf{0000}_2 = \text{BFC}0 \quad 0000_{16}$$

$\pm$  kitevőrész

$1.$  törtrész

# Normalizálatlan számok (IEEE 754, single)

## Ha a kitevőrész = 0

Ilyenkor a kitevő -126 (! és nem -127),  
a bináris pontot implicit 0 előzi meg (nincs ábrázolva).

Az ábrázolt szám:  $\pm 0.(\text{törtrész}) * 2^{-126}$

$$\begin{aligned} \text{Pl.: } 2^{-127} &= 2^{-126} * 0,100 \dots 0000_2 = \\ &= 0000 \ 0000 \ 0100 \ \dots \ 0000_2 = 0040 \ 0000_{16} \end{aligned}$$

$\pm$  kitevőrész 0. törtrész ( $2^{-1}$ )

$$\begin{aligned} - 2^{-149} &= - 2^{-126} * 0,000 \dots 0001_2 = \\ &= 1000 \ 0000 \ 0000 \ \dots \ 0001_2 = 8000 \ 0001_{16} \end{aligned}$$

$\pm$  kitevőrész 0. törtrész ( $2^{-23}$ )

A legkisebb pozitív (single) normalizált szám:

$$2^{-126} = 2^{-126} * 1,000 \dots 0000_2 =$$
$$= \underbrace{0000 \ 0000}_{\text{0080}} \underbrace{1000 \ \dots \ 0000}_{\text{0000}}_2 = 0080 \ 0000_{16}$$

□□□ ± **kitevőrész** **1. törtrész**

A legnagyobb pozitív (single) normalizálatlan szám:

$$2^{-126} * 0,111 \dots 1111_2 =$$
$$= \underbrace{0000 \ 0000}_{\text{007F}} \underbrace{0111 \ \dots \ 1111}_{\text{FFFF}}_2 = 007F \ \text{FFFF}_{16}$$

□□□ ± **kitevőrész** **0. törtrész**

$$\square\square\square \approx 2^{-126}$$

A különbségük csupán  $2^{-149}$ .



# Normalizálatlan számok (IEEE 754, single)

**Ha a kitevőrész = 255**

Túl nagy számok (túlcsordulás):

- $\infty$  (végtelen): pl.  $1/0$ ,
- **NaN** (Not a Number): pl.  $\infty / \infty$

Normalizált	$\pm$	$0 < \text{kitevőrész} < \text{Max}$	bitminta
Nem normalizált	$\pm$	0	nem nulla bitminta
Nulla	+	0	0
Végtelen	$\pm$	111...1	0
Nem szám	$\pm$	111...1	nem nulla bitminta

## 8.5. ábra (IEEE 754, single)

# Adattípusok

**Alapkérdés:** mit támogat a hardver (milyen utasítások vannak)? Ami nincs (pl. dupla pontosságú egész aritmetika), azt szoftveresen kell megcsinálni.

## Numerikus típusok:

- előjel nélküli és előjeles egész számok (**8, 16, 32, 64 bites**).
- lebegőpontos számok (**32, 64, néha 128 bites**),
- binárisan kódolt decimális számok: decimális aritmetika (**COBOL --> Y2K = 2000. év probléma**).

# Az egyes gépek által támogatott numerikus típusok

**P:** Pentium 4, **U:** UltraSPARC III, **I:** I-8051

típus	1 bit	8 bit	16 bit	32 bit	64 bit	128 bit
bit	I					
előjeles egész		P U I	P U	P U	U	
előjel nélküli egész		P U	P U	P U	U	
BCD		P				
lebegőpontos				P U	P U	U

## 5.7-9. ábra

# Karakterkódolás

**ASCII** (American Standard Code for Information Interchanges), 7 bites: vezérlőkarakterek, az angol abc kis és nagy betűi, szimbólumok, **2.43. ábra**

**Latin-1** kód: 8 bites.

**IS 8859**: kódlap, **IS 8859-2**: magyar betűk is.

**UNICODE (IS 10646)**, 32 bites: kódpozíciók (code point). Általában egy nyelv jelei egymás után vannak – a rendezés könnyű.

- Kínai, japán, koreai: fonetikus szimbólumok, Han ideogramok (20992 jel, nincsenek szótár szerint rendezve). ... Japán íráshoz kevés (> 50000 kanji jel van). (De pl. Braille sincs benne.)
- Elvileg  $2^{31}$  különböző karakter, jel
- „Tárolás” pl. UTF-8 szerint:

```
00000000 00000000 00000000 0xxxxxxxx <-> 0xxxxxxxx
00000000 00000000 00000xxx xxxxxxxx <-> 110xxxxx 10xxxxxx
00000000 00000000 xxxxxxxx xxxxxxxx <-> 1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
00000000 000xxxxx xxxxxxxx xxxxxxxx <-> 11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
000000xx xxxxxxxx xxxxxxxx xxxxxxxx <-> 111110xx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
0xxxxxxxx xxxxxxxx xxxxxxxx xxxxxxxx <-> 1111110x 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
                                                    10xxxxxx
```

# További nem numerikus típusok

**Logikai érték (boolean):** igaz, hamis.

Leggyakrabban egy bájtban (szóban) ábrázolják.

Bit térkép.

**Mutató (pointer):** memória cím.

**Bit:** kapcsolók, lámpák beállítására, lekérdezésére beágyazott rendszerekben.

# Adatábrázolás, adattípusok (HLA)

- bit, nibble, byte
- Assembly alaptípusok
  - byte, word, dword, qword, tbyte, lword
- memória elérés (align)
- Utasítások
- „Magas szintű” adattípusok
  - Egész számok (int32, uns8)
    - bináris  $\Leftrightarrow$  BCD (Binary Coded Decimal)
    - pozitív  $\Leftrightarrow$  előjeles
  - Valós számok (real32, real64, real80)
  - Karakterek (char), karakterfüzérék (string)
  - Mutatók – memória címek (pointer)
  - Tömbök (tomb:int16[3,2];tomb2:byte:=[5,8,4,9];)

# „Magas szintű” adattípusok

- Pozitív egészek (`uns8`, `uns16`, `uns32`, `uns64`, `uns128`)  
 $0 \dots 2^n - 1$
- Előjeles egészek ábrázolása
  - kettes komplementum (`int8`, `int16`, `int32`, `int64`, `int128`)  
 $-2^{n-1} \dots +2^{n-1} - 1$  (`int=uns-MSB*2n`)
- Valós számok (`real32`, `real64`, `real80`)  
érték =  $(-1)^s * 2^{k-t} * (1.\text{mantissza})$   
(IEEE 754 szabvány)

<code>real32</code> :	1+ 8+23	$10^{38}$	6-7 jegy
<code>real64</code> :	1+11+52	$10^{308}$	15-16 jegy
<code>real80</code> :	1+15+64	$10^{4800}$	19-20 jegy
- Mutatók (`pointer`)
- Karakterek, karakter füzérek (`char`, `string`)
- Összetett típusok (tömbök, rekordok, uniók)



# Utasítások ábrázolása (Pentium)

<i>prefixum</i>	<i>operációs kód</i>	<i>címzési mód</i>	<i>Operandus(ok)</i>
0 - 2 byte	1 byte	0 - 2 byte	0 - 8 byte

- **Prefixum:**
  - utasítás (ismétlés / LOCK),
  - explicit szegmens megadás: **MOV AX, CS:S** ; S nem a DS-ben, hanem CS-ben van,
  - Cím méret módosítás (16/32 bit)
  - Operandus méret módosítás (16/32 bit)
- **Operációs kód:** szimbolikus alakját mnemonic-nak nevezzük
- **Címzési mód:** hogyan kell az operandust értelmezni
  - **Mod-r/m byte**
  - **SIB byte**
- **Operandus:** mivel kell a műveletet elvégezni
  - Memória cím / eltolás
  - Azonnali operandus – konstans

## Központi memória (2.9. ábra)

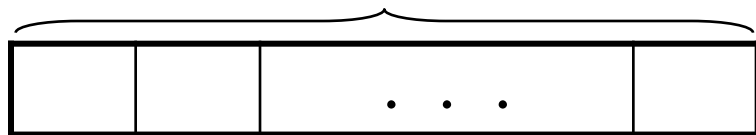
A programok és adatok tárolására szolgál.

**Bit:** a memória alapegysége, egy 0-t vagy 1-et tartalmazhat.

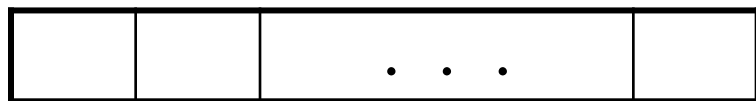
**Memória rekesz (cella):** több bit együttese. Minden rekesz ugyanannyi bitből áll. Minden rekeszhez hozzá van rendelve egy szám, a **rekesz címe**. Egy rekeszre a címével hivatkozhatunk. A rekesz a legkisebb címezhető egység.

Cím      Rekesz/cella

0

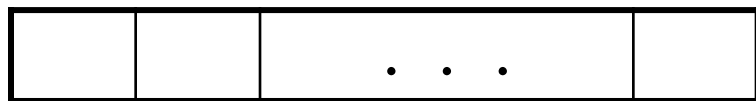


1



...

n-1



A rekesz hossza  
manapság legtöbbször  
8 bit (byte ~ bájt).

n a memória cellák  
száma

← Rekesz hossza →

## Központi memória (2.9. ábra)

A bitek száma  
rekeszenként  
néhány  
számítógép-történetileg  
érdekes,  
kereskedelmi  
forgalomba került  
gépen (**2.10. ábra**)

Számítógép	Bit
Burroughs B1700	1
IBM PC	8
DEC PDP-8	12
IBM 1130	16
DEC PDP-15	18
XDS 940	24
Electrologica X8	27
XDS Sigma 9	32
Honeywell 6180	36
CDC 3600	48
CDC Cyber	60

# Bájtsorrend

A legtöbb processzor több egymás utáni bájjal is tud dolgozni (**szó** – **word**, ...).

A legmagasabb helyértékű bájtt a szóban a

legalacsonyabb címen:

**nagy (big) endian**

**MSB first**

legmagasabb címen:

**kis (little) endian**

**LSB first**

(**M**ost/**L**east Significant **B**yte **f**irst)

Ha egy 32 bites szó bájtejainak értéke rendre:

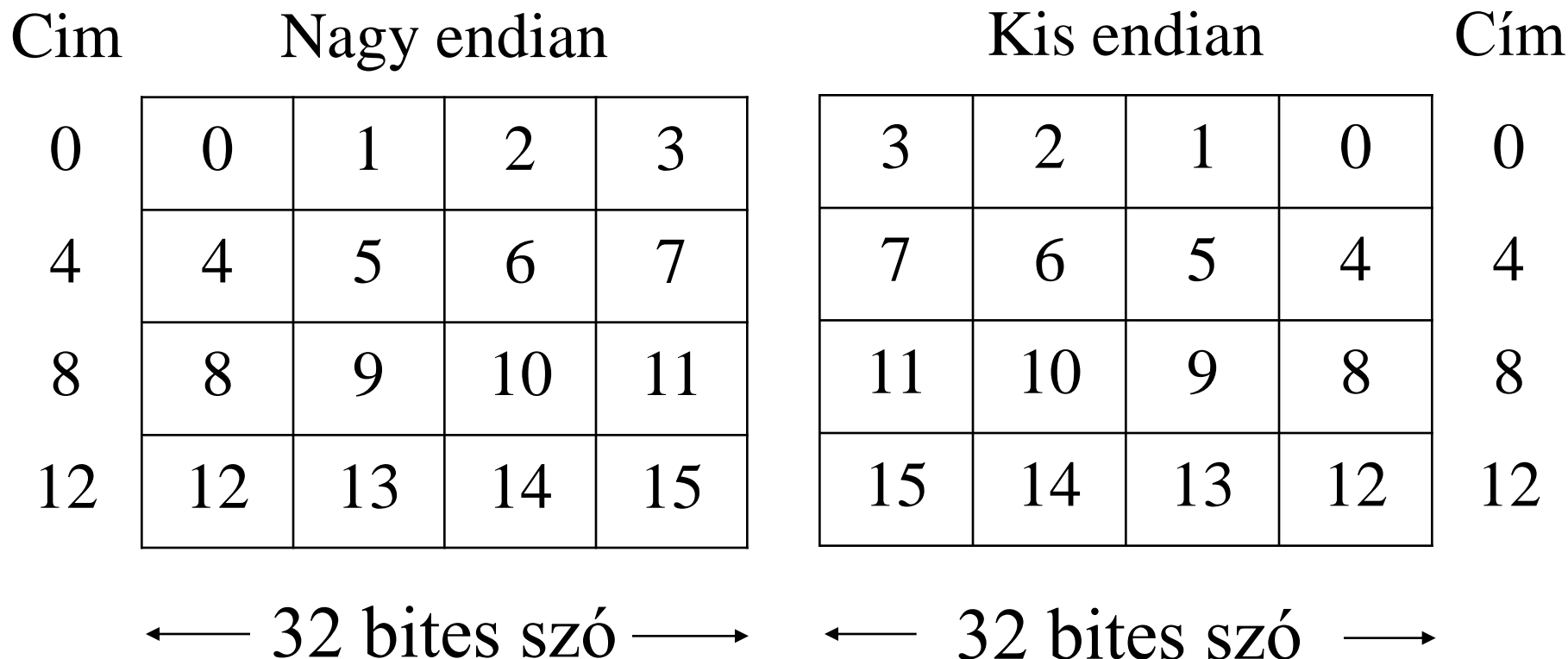
$M[x]=a$ ,  $M[x+1]=b$ ,  $M[x+2]=c$ ,  $M[x+3]=d$ , akkor a szó értéke:

$$a*256^3+b*256^2+c*256+d$$

$$a+b*256+c*256^2+d*256^3$$

# Bájtsorrend (2.11. ábra)

A memória címek úgy vannak fölírva, hogy a legmagasabb helyértékű bájtnak van bal oldalon.



# Bájtsorrend (12. ábra)

A szövegek karaktereit mindkét esetben növekvő bájt sorrendben helyezik el

Cím	nagy endian			
0	0	1	2	3
	T	E	X	T
4	4	5	6	7
	12	34	56	78

	kis endian				Cím
	3	2	1	0	0
	T	X	E	T	
	7	6	5	4	4
	12	34	56	78	

A **TEXT** szöveg és az  
**\$12345678**  
hexadecimális szám  
elhelyezése a két  
géptípuson

Cím				
0	0	1	2	3
	T	E	X	T
4	4	5	6	7
	78	56	34	12

**Problémák a gépek közötti kommunikációban!**

**Kódolás:** adat + ellenőrző bitek = **kódszó**.

Két kódszó Hamming távolsága: az eltérő bitek száma.

Pl.: 11001 és 11011 (Hamming) távolsága = 1.

Hibaérzékelő kód: bármely két kódszó távolsága  $> 1$ :  
paritás bit.

$d$  hibás bit javítása: a kódszavak távolsága  $> 2d$ .

Egy hibát javító kód (2.13. ábra):

$m$  adat,  $r$  ellenőrző bit, összesen  $n = m + r$ .

$2^m$  „jó” szó, + minden „jó” szónak (legalább)  $n$  db  
„egyhibás” szomszédja van, ezért

$$(1+n)2^m \leq 2^n = 2^{m+r},$$

$2^m$  -mel egyszerűsítve:  $(1+n)2^m = m + r + 1 \leq 2^r$ ,

vagy másképp:  $n = m + r < 2^r$  szükséges.



# Például

- **8** bites adatok esetén legalább **4** ellenőrző bit szükséges.
  - $8+3 > 2^3$ , de  $8+4 < 2^4$
- **16** bites adatok esetén legalább **5** ellenőrző bit szükséges.
  - $16+4 > 2^4$ , de  $16+5 < 2^5$
- **32** bites adatok esetén legalább **6** ellenőrző bit szükséges.
  - $32+5 > 2^5$ , de  $32+6 < 2^6$
- stb...
- **$2^k$**  bites adatok esetén legalább  **$k+1$**  ellenőrző bit szükséges. (Elég nagy  $k$  esetén.)
  - $2^k+k > 2^k$ , de  $2^k+(k+1) < 2^{(k+1)}$

**Kódolás:** adat + ellenőrző bitek = **kódszó.**

Két hibát javító kód:

$m$  adat,  $r$  ellenőrző bit, összesen  $n = m + r$ .

$2^m$  „jó” szó, + minden „jó” szónak  $n$  db „egyhibás” és  $n*(n-1)/2$  „kéthibás” szomszédja van, ezért

$$(1+n*(n-1)/2)* 2^m \leq 2^n = 2^{m+r},$$

$2^m$  -mel egyszerűsítve:

$$1+n*(n-1)/2 \leq 2^{r+1},$$

vagy másképp:  $n*(n-1)/2 < 2^r$  szükséges.

Három hibát javító kód: ....