KVADRATIKUS PRÓBA, DUPLA HASHELÉS

A bemutatást egyből egy megjegyzéssel kezdeném: mind a **kvadratikus próba**, mind a **dupla hashelés** képletét illetően mind az elektronikus, mind a nyomtatott források terén igen nagy eltérések mutatkoznak, így az itt bemutatott technika csupán **egy a lehetségesek** közül. Ha valaki bárhol más képletet lát, valószínűleg az is jó annak ellenére, hogy a kapott megoldás eltérhet a miénktől.

A két szükséges képlet:

- Kvadratikus próba: $h_i(k) = (h_0(k) + i \cdot c_1 + i^2 \cdot c_2)\%m$
- Dupla hashelés: $h_i(k) = (h_0(k) + i \cdot h'(k))\%m$

A képletekben $h_i(k)$ jelöli a k elem i-edik kipróbálandó helyét ($i = 0, 1, 2, \ldots$), $h_0(k)$ és $h'(k)$ egy-egy **megadott** hash függvény, míg c_1, c_2 szintén **megadott** konstans számok. Végül m a hash tábla méretét jelenti.

Például egy feladat az alábbiak szerint nézhet ki:

Legyen adott egy $m = 13$ *nagyságú hash tábla. Illesszük be a* $15, 10, 8, 7, 2, 28, 30$ *elemeket az alábbi hash függvény felhasználásával:*

$$h_0(k) = k\%m$$

Az ütközéseket oldjuk fel kvadratikus próbával $c_1 = 2, c_2 = 3$ választással!

Megoldás: Első lépésként célszerű kiszámolni a megadott számok kezdeti helyét:

k	15	10	8	7	2	28	30
$h_0(k)$	2	10	8	7	2	2	4

Ezt követően amíg nincs ütközés, elkezdjük feltölteni a táblánkat (ez most a 7-es elemig megy).

$index$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$element$			15					7	8		10		

A következő beillesztendő elem a 2 lenne, azonban ennek a helye (ami most a 2-es hely) foglalt. Ezért a 2-es elemnél i értékét 1-re növeljük és behelyettesítünk a képletbe:

$$h_1(2) = (h_0(2) + 1 \cdot 2 + 1^2 \cdot 3)\%13 = 7\%13 = 7.$$

Sajnos a 7-es hely is foglalt, ezért i értékét 2-re változtatjuk és folytatjuk az eljárást:

$$h_2(2) = (h_0(2) + 2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3)\%13 = 18\%13 = 5.$$

Az 5-ös hely szabad, így oda illesztjük be a 2-t:

$index$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$element$			15			2		7	8		10		

A következő beillesztendő elem a 28, ami szintén a 2-es helyre kerülne. Így i értékét 1-re változtatjuk és behelyettesítünk (vegyük észre, hogy a számolás pont ugyanaz, mint a 2-nél, hiszen a $h_0(k)$ mindkét esetben ugyanannyi):

$$h_1(28) = (h_0(28) + 1 \cdot 2 + 1^2 \cdot 3)\%13 = 7\%13 = 7.$$ Mivel ez is foglalt, így $i = 2$

$$h_2(28) = (h_0(28) + 2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3)\%13 = 18\%13 = 5.$$ Mivel ez is foglalt, így $i = 2$

$$h_3(28) = (h_0(28) + 3 \cdot 2 + 3^2 \cdot 3)\%13 = 35\%13 = 9.$$

A 9-es hely végre szabad, így oda beillesztjük a 28-at:

$index$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$element$			15			2		7	8	28	10		

Végül a 30-at kell elhelyezni a táblázatban, ám mivel a 4-es hely szabad, így szerencsére itt nincs szükség extra számolásra. Figyeljük meg azonban, hogy csak akkor illesztem be a 30-at ha már előtte minden számmal foglalkoztam, hisz elképzelhető lenne, hogy a 4-es helyre időközben az ütközés miatt kerül valami más, így ekkor tovább kéne számolnom. A végső táblázat:

$index$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$element$			15		30	2		7	8		10		

A **dupla hashelés** esetén a feladat hasonlóan fog kinézni azzal a különbséggel, hogy c_1 és c_2 helyett most egy $h'(k)$ hash függvény lesz megadva. Most csak az első ütközésig számolok, a többi "házi feladat" :) Legyen $h_0(k)$ ugyanaz, mint fentebb és helyezzük el így a $15, 10, 8, 7, 2$ elemeket az $m = 13$ hosszú táblázatban oly módon, hogy az ütközéseket dupla hasheléssel oldjuk fel a $h'(k) = (2k - 5)\%m$ függvénnyel.

Megoldás: a fentiekhez hasonlóan kiszámolom a $h_0(k)$ értékeket és elhelyezem az elején az első ütközésig az elemeket (nem számolom végig, ugyanaz, mint fent):

k	15	10	8	7	2
$h_0(k)$	2	10	8	7	2

$index$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$element$			15					7	8		10		

A 2-nél ütközés van, így i értékét 1-re változtatjuk és behelyettesítünk a képletbe:

$$h_1(2) = (h_0(2) + i \cdot h'(2))\%13$$
$$h_1(2) = (2 + 1 \cdot (2 \cdot 2 - 5)\%13)\%13 = (2 + 1 \cdot 12)\%13 = 1.$$

Az egyetlen "nehezebb" lépés a $(2 \cdot 2 - 5)\%13$ volt, ami $(-1)\%13$, de a "trükk" egyszerűen annyi, hogy pozitív szám esetén addig vonunk ki 13-at amíg egy $0, \ldots, 12$ közé számot nem kapunk, míg negatív szám esetén addig **adunk hozzá** 13-at, míg a szám szintén $0, \ldots, 12$ közé nem esik. Így $(-1)\%13 = (-1) + 13 = 12$.

Miel az 1-es hely szabad, így beillesztjük oda a 2-t és kész is vagyunk. Ha az 1-es hely is foglalt lenne, akkor folytatnánk a számolást $i = 2$ választással ugyanazzal a képlettel **de ez már nem kell, hisz az előző lépésben kiszámolt 1 szabad:**

$$h_1(2) = (h_0(2) + i \cdot h'(2))\%13$$
$$h_1(2) = (2 + 2 \cdot (2 \cdot 2 - 5)\%13)\%13 = (2 + 2 \cdot 12)\%13 = 0.$$