

Trükkös matematika



Tengely Szabolcs

Debreceni Egyetem, Matematikai Intézet

2013. szeptember 27.

Segít a skatulyaelv!

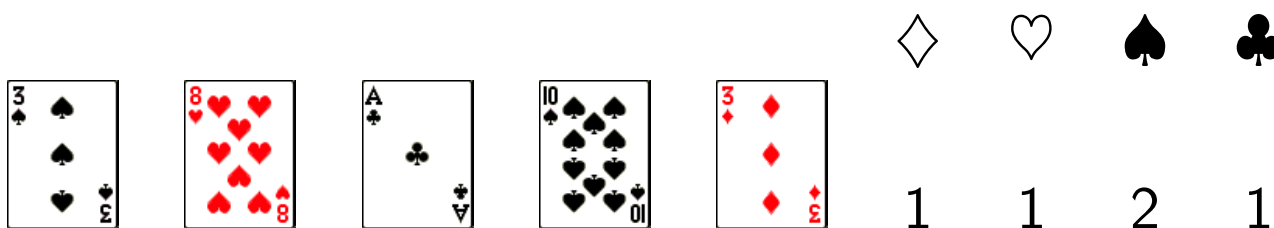
Az első fontos észrevételhez az úgynevezett skatulyaelv vezet el.

Adott n gyufaszál és m skatulya úgy, hogy $n > m$. A gyufaszálakat elhelyezzük a skatulyákba. Ekkor létezik olyan skatulya, amelyben 1-nél több gyufaszál található.



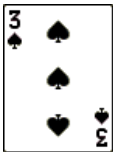

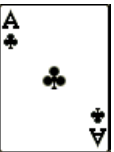


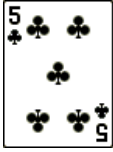
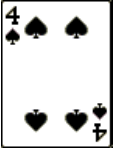



Segít a skatulyaelv!

Az első fontos észrevételhez az úgynevezett skatulyaelv vezet el. Adott n gyufaszál és m skatulya úgy, hogy $n > m$. A gyufaszálakat elhelyezzük a skatulyákba. Ekkor létezik olyan skatulya, amelyben 1-nél több gyufaszál található.



Segít a skatulyaelv!

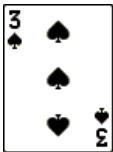

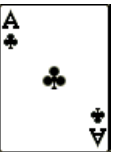


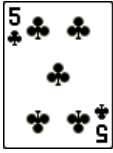
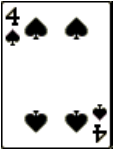






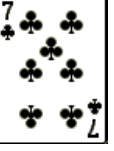

Az első fontos észrevételhez az úgynevezett skatulyaelv vezet el. Adott n gyufaszál és m skatulya úgy, hogy $n > m$. A gyufaszálakat elhelyezzük a skatulyákba. Ekkor létezik olyan skatulya, amelyben 1-nél több gyufaszál található.

	♦	♥	♠	♣				
					1	1	2	1
					0	1	2	2



Segít a skatulyaelv!

Az első fontos észrevételhez az úgynevezett skatulyaelv vezet el. Adott n gyufaszál és m skatulya úgy, hogy $n > m$. A gyufaszálakat elhelyezzük a skatulyákba. Ekkor létezik olyan skatulya, amelyben 1-nél több gyufaszál található.

	♦	♥	♠	♣				
					1	1	2	1
					0	1	2	2
					3	1	0	1



A szín beazonosítása

A skatulyaelv miatt az 5 lap között mindig van legalább 2 azonos színű.

A segéd az egyiket teszi félre, amit a bűvész meg fog nevezni! A másikat helyezi legfelülre, így a bűvész azonnal tudja az ismeretlen lap színét.



A szín beazonosítása

A skatulyaelv miatt az 5 lap között mindig van legalább 2 azonos színű.

A segéd az egyiket teszi félre, amit a bűvész meg fog nevezni! A másikat helyezi legfelülre, így a bűvész azonnal tudja az ismeretlen lap színét.

A pakliban 52 lap található, 13 \diamond , 13 \heartsuit , 13 \spadesuit és 13 \clubsuit . A bűvész már ismeri a lap színét és abból a színből az egyik lap a kezében van, így 12 lehetőség maradt az ismeretlen lapra.



A szín beazonosítása

A skatulyaelv miatt az 5 lap között mindig van legalább 2 azonos színű.

A segéd az egyiket teszi félre, amit a bűvész meg fog nevezni! A másikat helyezi legfelülre, így a bűvész azonnal tudja az ismeretlen lap színét.

A pakliban 52 lap található, 13 \diamond , 13 \heartsuit , 13 \spadesuit és 13 \clubsuit . A bűvész már ismeri a lap színét és abból a színből az egyik lap a kezében van, így 12 lehetőség maradt az ismeretlen lapra.

A maradék 3 lap segítségével kell meghatározni az ismeretlen lap számát.



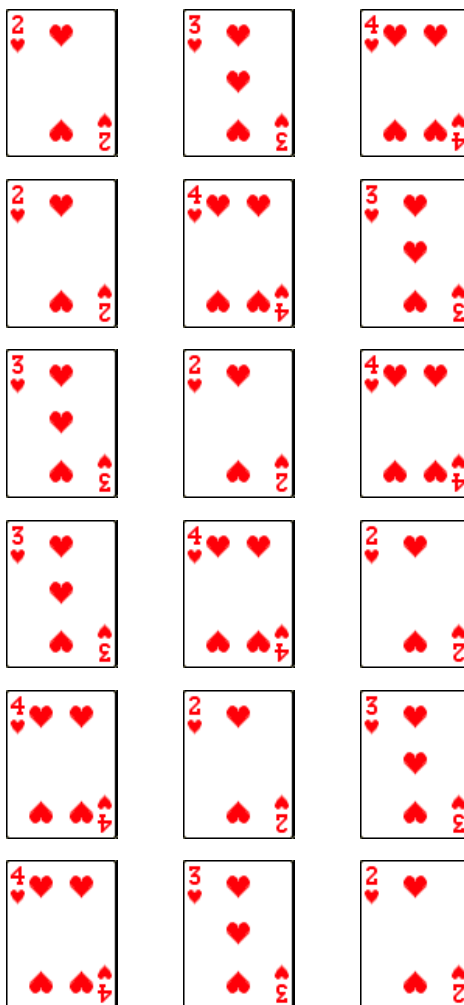
Segítenek a permutációk

A 3 lap sorrendje adhat további információt!

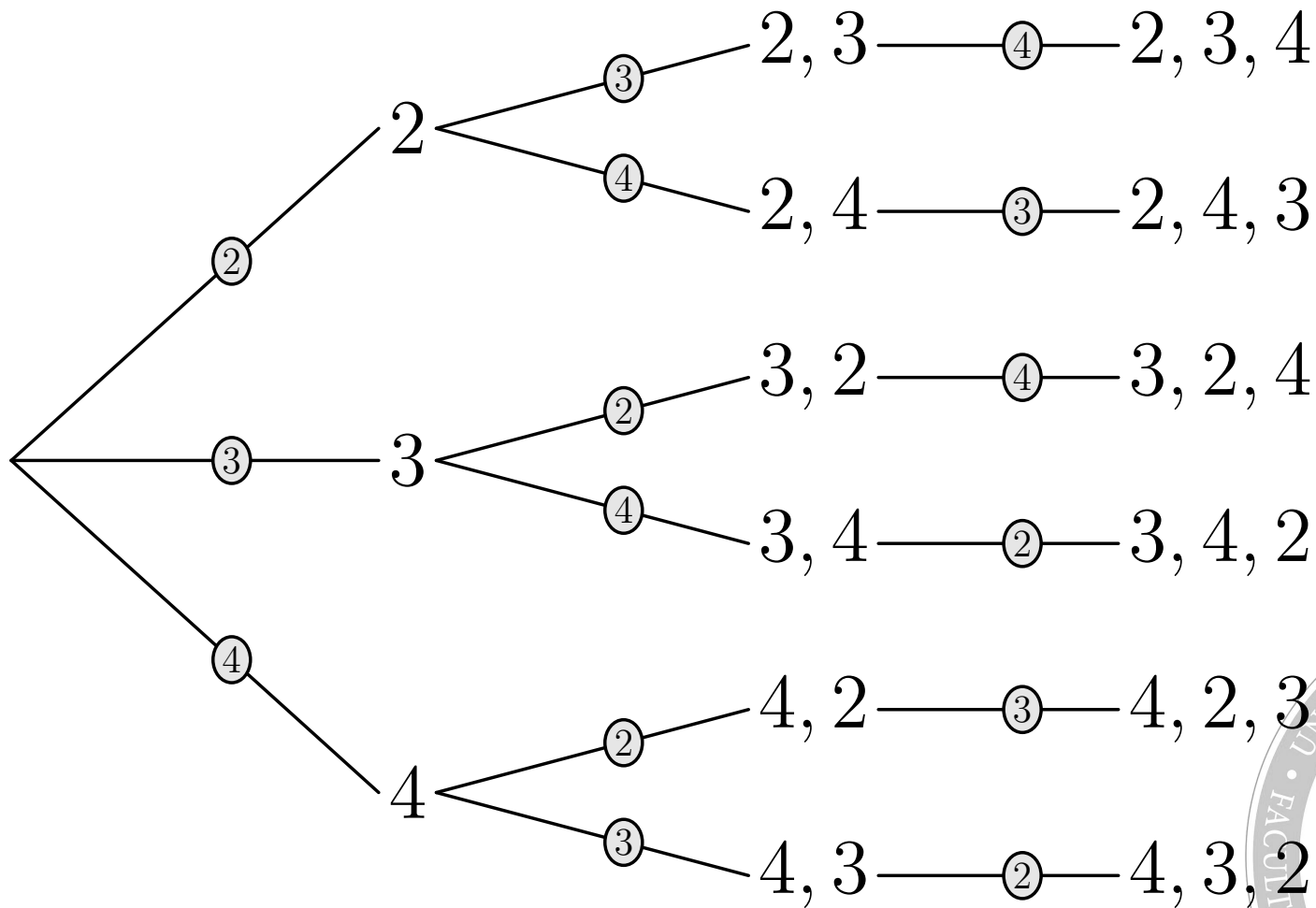


Segítenek a permutációk

A 3 lap sorrendje adhat további információt!



Segítenek a fa gráfok



Kevés az információ?!

- Az ismeretlen lap színe ismert.
- 12 lap közül kell tudni kiválasztani.
- A maradék 3 lapot 6 féle sorrendbe állíthatjuk.
- Nincs elég információ?!

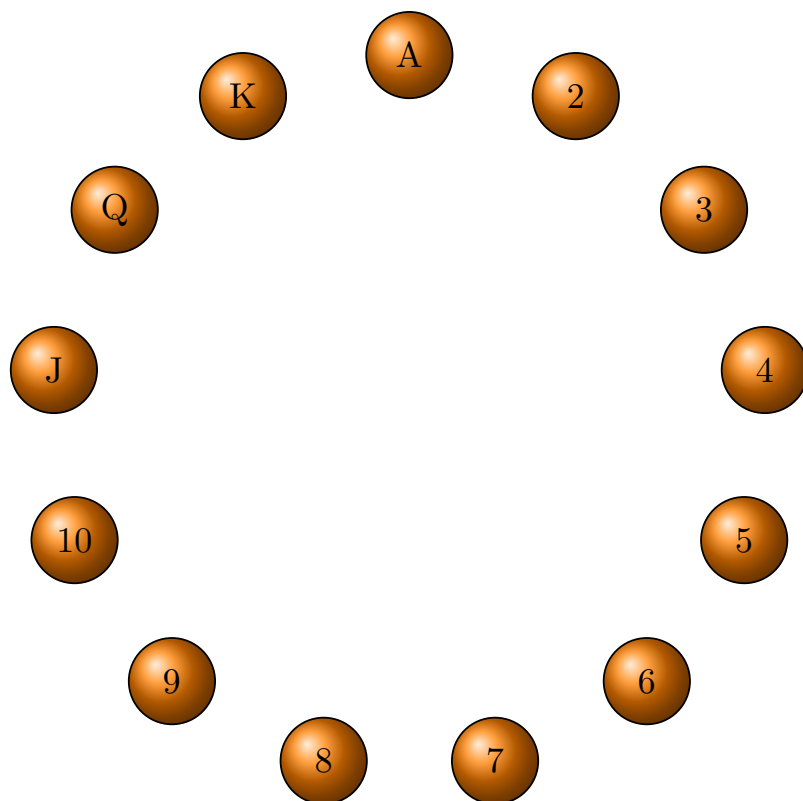


Kevés az információ?!

- Az ismeretlen lap színe ismert.
- 12 lap közül kell tudni kiválasztani.
- A maradék 3 lapot 6 féle sorrendbe állíthatjuk.
- Nincs elég információ?!
- A segéd választja ki a 2 azonos színű lapból melyik lesz a titkos lap és melyiket látja a bűvész!
- Hogyan használjuk ki ezt a lehetőséget?



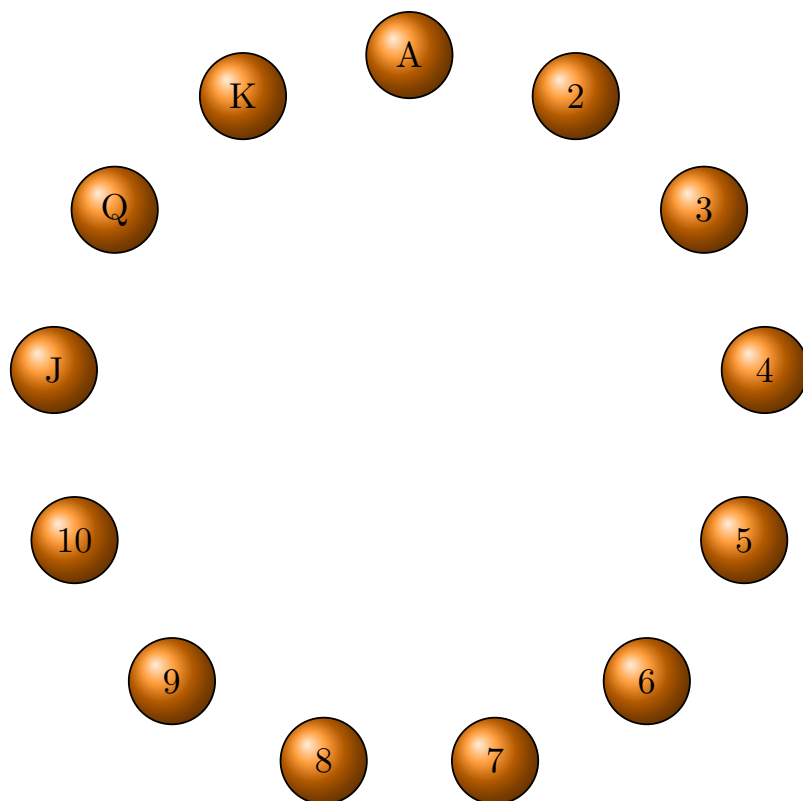
A lapok távolsága



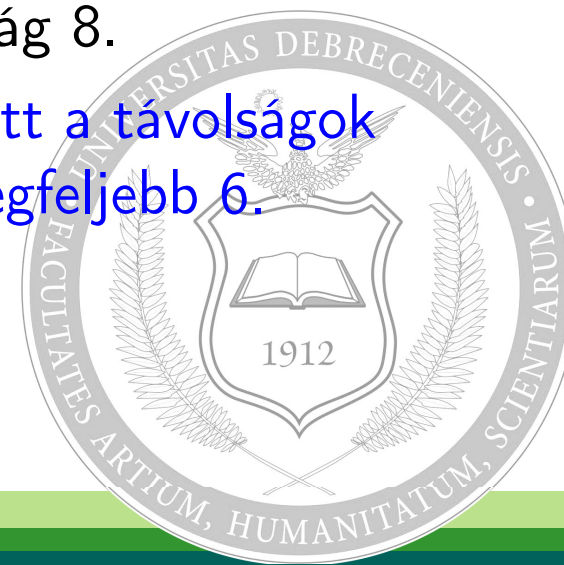
- A lapokat egy körben helyezzük el: $A, 2, 3, \dots, J, Q, K$.
- Lapok távolsága: az óramutató irányában tett lépések száma.
- Például:
 $A - 6$ távolság 5,
 $6 - A$ távolság 8.



A lapok távolsága



- A lapokat egy körben helyezük el: $A, 2, 3, \dots, J, Q, K$.
- Lapok távolsága: az óramutató irányában tett lépések száma.
- Például:
 - $A - 6$ távolság 5,
 - $6 - A$ távolság 8.
- Két lap között a távolságok minimuma legfeljebb 6.



A négy lap rendezése

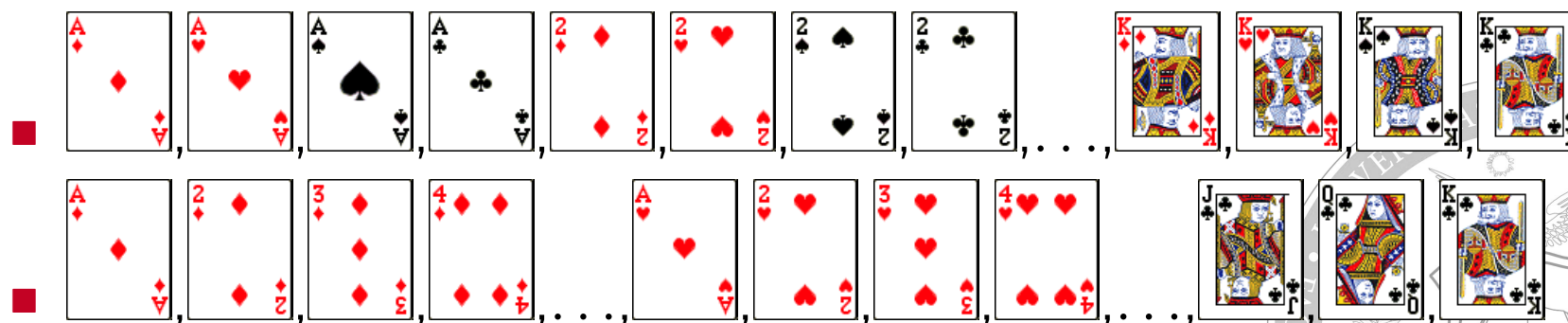
- A legfelső lap adja meg a színt és a két azonos színűből az kerül felülre, amelytől a másik 6-nál nem nagyobb távolságra helyezkedik el.
- A maradék 3 lapot úgy rendezi a segéd, hogy az megadja a két lap minimális távolságát a körön.
- **Megegyezés szükséges a lapok értékét illetően!**



A négy lap rendezése

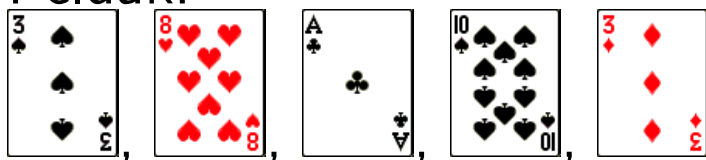
- A legfelső lap adja meg a szint és a két azonos színűből az kerül felülre, amelytől a másik 6-nál nem nagyobb távolságra helyezkedik el.
- A maradék 3 lapot úgy rendezi a segéd, hogy az megadja a két lap minimális távolságát a körön.
- **Megegyezés szükséges a lapok értékét illetően!**

Két természetes választás:



A négy lap rendezése

Példák:



Távolságok: ♠3 – ♠10 = 7 és ♠10 – ♠3 = 6, azaz a legfelső lap a ♠10 és a maradék 3 lappal a 6-os távolságot kell megadni.

A sorrend a következő: $1 = \clubsuit A < 2 = \diamond 3 < 3 = \heartsuit 8$

♣A, ♦3, ♥8	1,2,3	1
♣A, ♥8, ♦3	1,3,2	2
♦3, ♣A, ♥8	2,1,3	3
♦3, ♥8, ♣A	2,3,1	4
♥8, ♣A, ♦3	3,1,2	5
♥8, ♦3, ♣A	3,2,1	6

A négy lapot a segéd a következő sorrendbe rakja: ♠10, ♥8, ♦3, ♣A.





Távolságok: ♠4 – ♠9 = 5 és ♠9 – ♠4 = 8.

1 = ♣5 < 2 = ♣J < 3 = ♥Q és ♥Q, ♣5, ♣J ⇒ 5

A lapok sorrendje ebben az esetben tehát: ♠4, ♥Q, ♣5, ♣J.





Távolságok: $\spadesuit 4 - \spadesuit 9 = 5$ és $\spadesuit 9 - \spadesuit 4 = 8$.

$1 = \clubsuit 5 < 2 = \clubsuit J < 3 = \heartsuit Q$ és $\heartsuit Q, \clubsuit 5, \clubsuit J \Rightarrow 5$

A lapok sorrendje ebben az esetben tehát: $\spadesuit 4, \heartsuit Q, \clubsuit 5, \clubsuit J$.

Adódik egy másik lehetőség is!

Távolságok: $\clubsuit 5 - \clubsuit J = 6$ és $\clubsuit J - \clubsuit 5 = 7$.

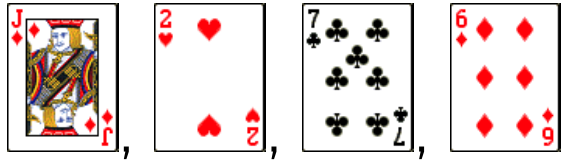
$1 = \spadesuit 4 < 2 = \spadesuit 9 < 3 = \heartsuit Q$ és $\heartsuit Q, \spadesuit 9, \spadesuit 4 \Rightarrow 6$

Egy másik lehetséges megoldás: $\clubsuit 5, \heartsuit Q, \spadesuit 9, \spadesuit 4$.



A megfejtés menete

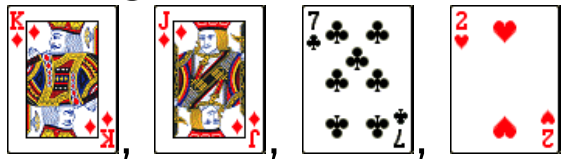
A bűvész megkapja a következő 4 lapot:



- Ekkor a bűvész már ismeri a színt: ♦.
- ♥2, ♣7, ♦6 ⇒ 1, 3, 2 ⇒ 2.
- 2 lépést kell tenni a ♦J lapról.
- Az ismeretlen lap: ♦K.



A segéd a következő lapokat adja a bűvésznek:



- Ekkor a bűvész már ismeri a színt: ♦.
- $\diamond J, \clubsuit 7, \heartsuit 2 \Rightarrow 3, 2, 1 \Rightarrow 6$.
- 6 lépést kell tenni a $\diamond K$ lapról.
- Az ismeretlen lap: $\diamond 6$.



Köszönöm a figyelmet!



A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 Nemzeti Kiválóság Program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

