



# Hamilton-körök és DNS molekulák

Tengely Szabolcs

2005. november 4

# Gráfok

## ❖ Gráfok

- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

- $G = (V, E)$  egyszerű gráf, ha  $V$  egy véges halmaz és  $E \subseteq \binom{V}{2}$ ,
- $V$  elemei a  $G$  gráf csúcsai,
- $E$  elemei a  $G$  gráf élei,
- $(a, b)$ -út:  $a = x_0, e_1, x_1, \dots, e_n, x_n = b$  sorozat, ahol  $x_i \neq x_j, i \neq j$  esetén,
- kör:  $a = x_0, e_1, x_1, \dots, e_n, x_0 = a$  sorozat, ahol az  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  csúcsok és az  $e_1, e_2, \dots, e_n$  élek páronként különbözőek,
- Hamilton-út: olyan  $G$ -beli út, amely  $G$  minden pontját tartalmazza,
- Hamilton-kör: olyan  $G$ -beli kör, amely  $G$  minden pontját tartalmazza.

# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

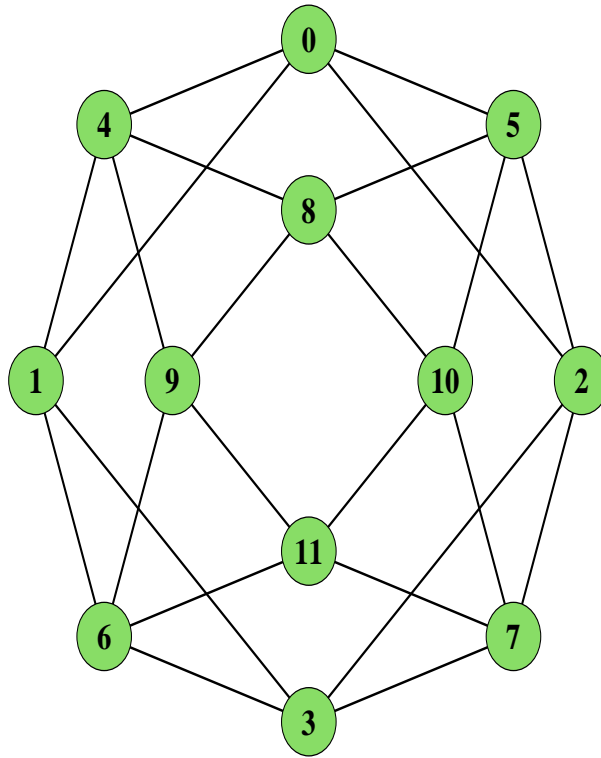
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

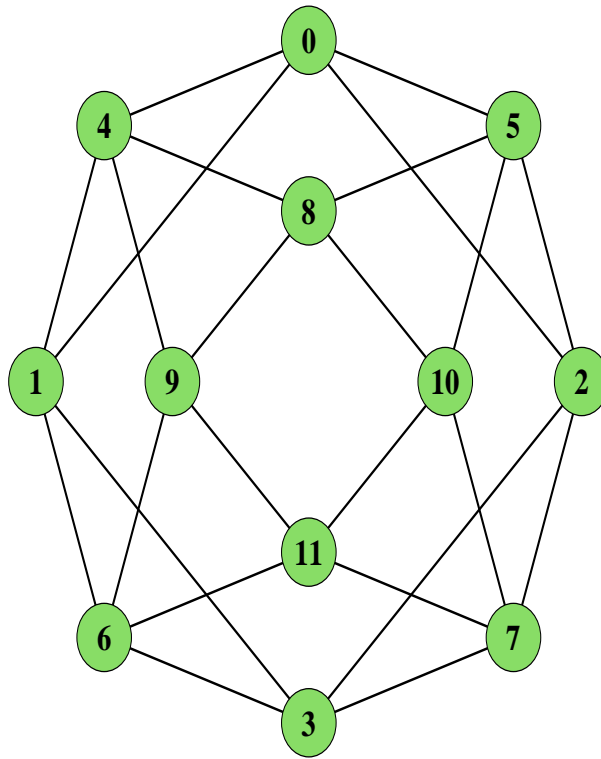
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



● csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$

# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

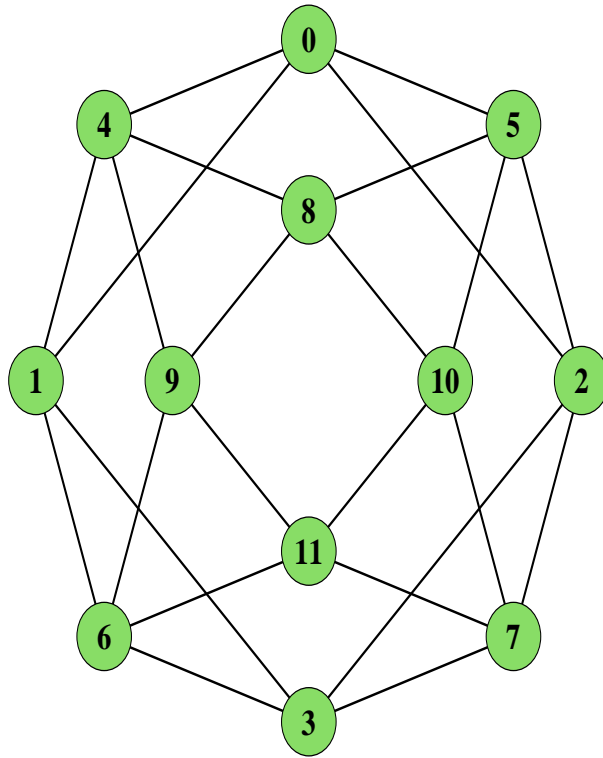
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



● csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$

● élek halmaza:  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (10, 11)\}$

# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

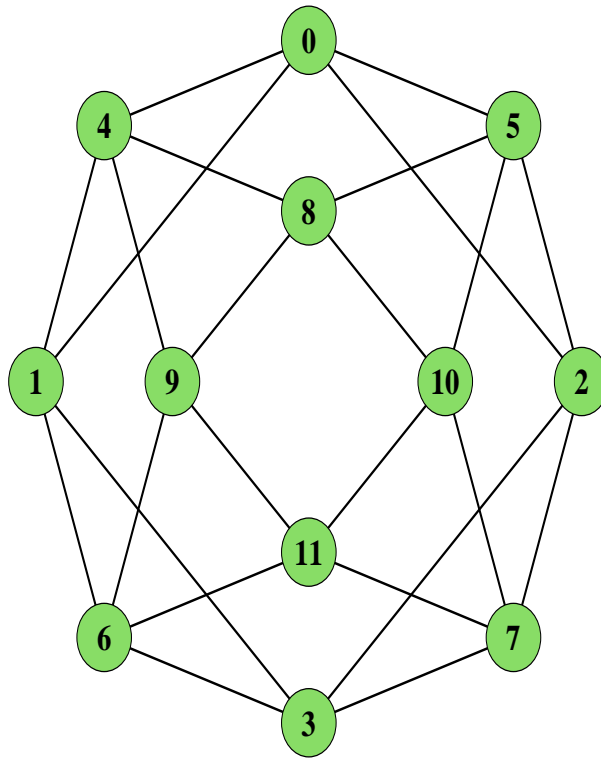
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



● csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$

● élek halmaza:  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (10, 11)\}$

●  $(0, 11)$ -út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 11$

# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

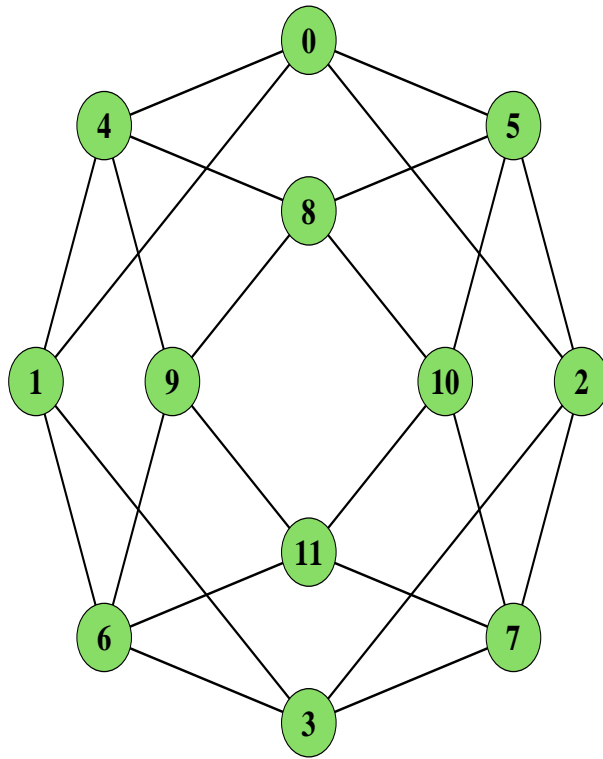
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



● csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$

● élek halmaza:  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (10, 11)\}$

●  $(0, 11)$ -út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 11$

● kör:  $0 - 1 - 3 - 2 - 0$



# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

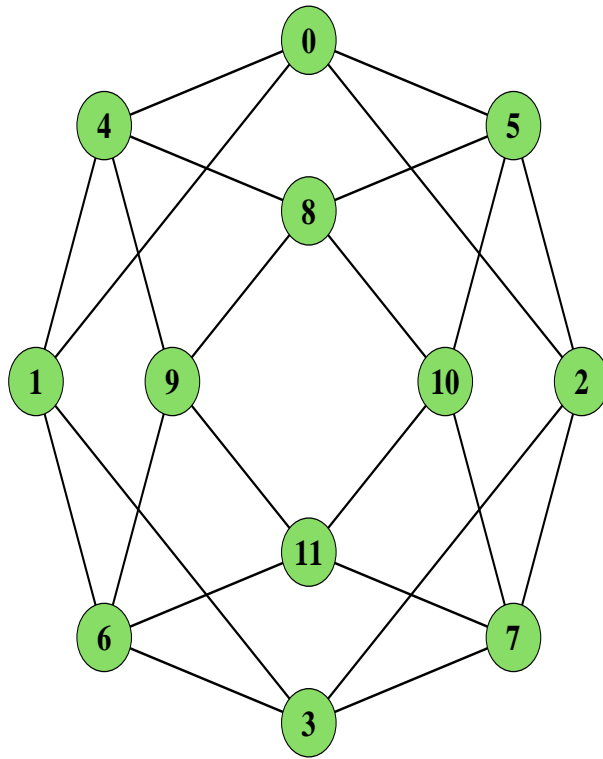
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



- csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$
- élek halmaza:  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (10, 11)\}$
- $(0, 11)$ -út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 11$
- kör:  $0 - 1 - 3 - 2 - 0$
- Hamilton-út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 3 - 7 - 2 - 5 - 8 - 9 - 11 - 10$

# Példa

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ Nehéz dió

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

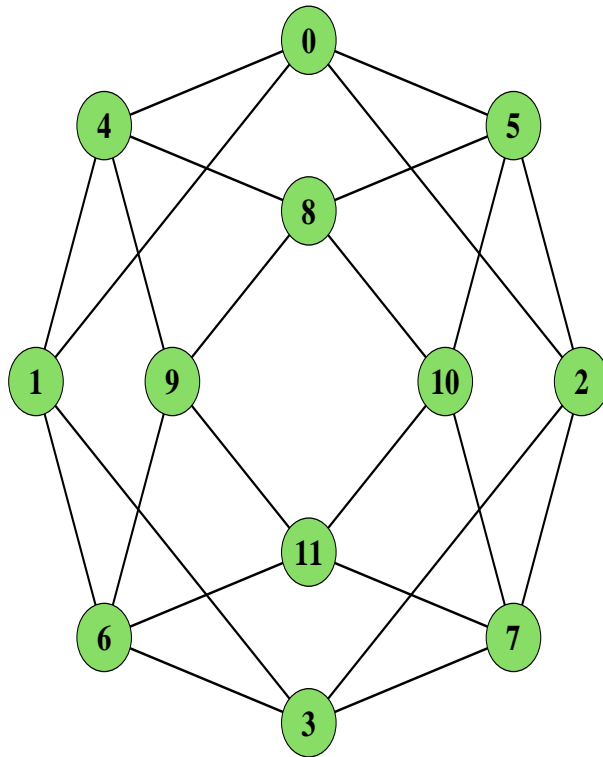
❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖



- csúcsok halmaza:  
 $\{0, 1, \dots, 11\}$
- élek halmaza:  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (10, 11)\}$
- $(0, 11)$ -út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 11$
- kör:  $0 - 1 - 3 - 2 - 0$
- Hamilton-út:  $0 - 4 - 1 - 6 - 3 - 7 - 2 - 5 - 8 - 9 - 11 - 10$
- Hamilton-kör:  $8 - 10 - 11 - 9 - 4 - 0 - 1 - 6 - 3 - 7 - 2 - 5 - 8$

**Tétel.**(Dirac, 1952) Legyen  $G$   $n$ -pontú egyszerű gráf, ahol  $n \geq 3$ . Ha  $G$ -ben minden pont foka legalább  $n/2$ , akkor  $G$ -ben van Hamilton-kör.

# Nehéz dió

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ **Nehéz dió**
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.**

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

# Nehéz dió

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ **Nehéz dió**
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.**

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,

# Nehéz dió

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ **Nehéz dió**
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.**

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,
2. minden út esetében vizsgáljuk meg:

# Nehéz dió

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ **Nehéz dió**
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.**

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,
2. minden út esetében vizsgáljuk meg:
  - a az út a megfelelő ponttal kezdődik és a megfelelő pontban végződik, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,

# Nehéz dió

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ **Nehéz dió**

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖

## Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,
2. minden út esetében vizsgáljuk meg:
  - a az út a megfelelő ponttal kezdődik és a megfelelő pontban végződik, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
  - b az út pontosan  $n$  csúcson megy át, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,

# Nehéz dió

❖ Gráfok

❖ Példa

❖ **Nehéz dió**

❖ DNS molekulák

❖ Kódolás

❖ Megoldás  
molekulák

❖ Hossz -  
megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖

## Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,
2. minden út esetében vizsgáljuk meg:
  - a az út a megfelelő ponttal kezdődik és a megfelelő pontban végződik, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
  - b az út pontosan  $n$  csúcson megy át, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
  - c minden csúcson átmegy, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,



# Nehéz dió

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ **Nehéz dió**
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

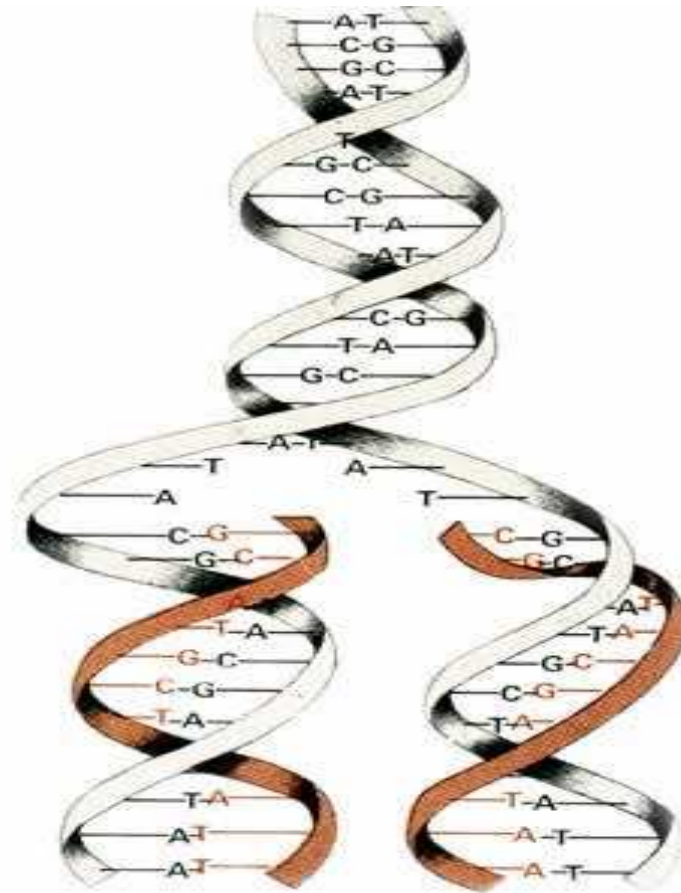
## Nem létezik effektív algoritmus Hamilton-út keresésére.

Adott egy  $G$  gráf  $n$  csúccsal.

1. Generáljunk utakat  $G$ -ben,
2. minden út esetében vizsgáljuk meg:
  - a az út a megfelelő ponttal kezdődik és a megfelelő pontban végződik, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
  - b az út pontosan  $n$  csúcson megy át, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
  - c minden csúcson átmegy, ha nem, hagyjuk ki az utat a halmazból,
3. ha maradt út, akkor létezik Hamilton-út  $G$ -ben.

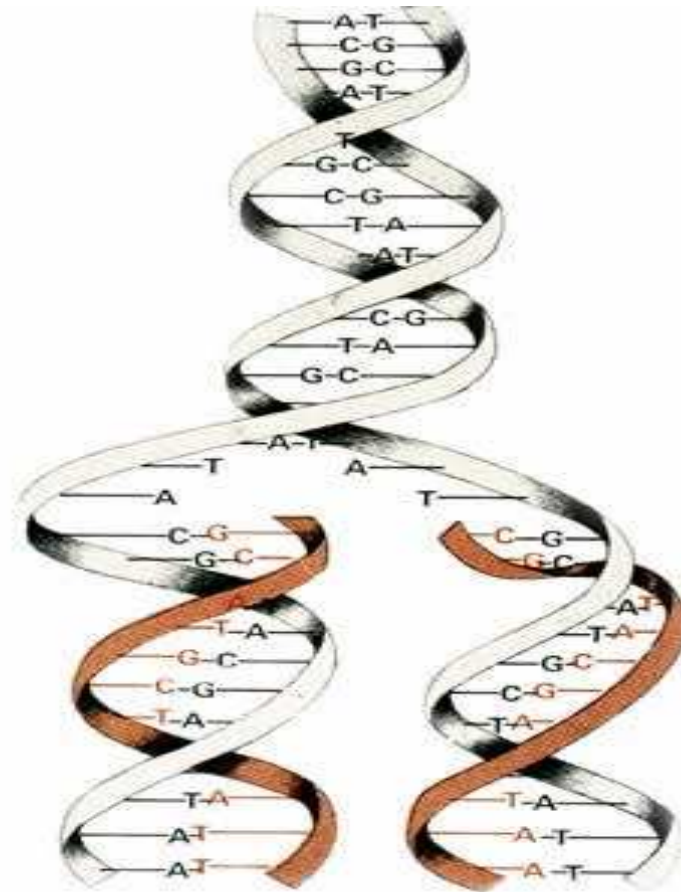
# DNS molekulák

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



# DNS molekulák

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



Adenine(A), Cytosine(C), Guanine(G), Thymine(T)  
**csak A-T, C-G kapcsolódások fordulnak elő**

# Kódolás

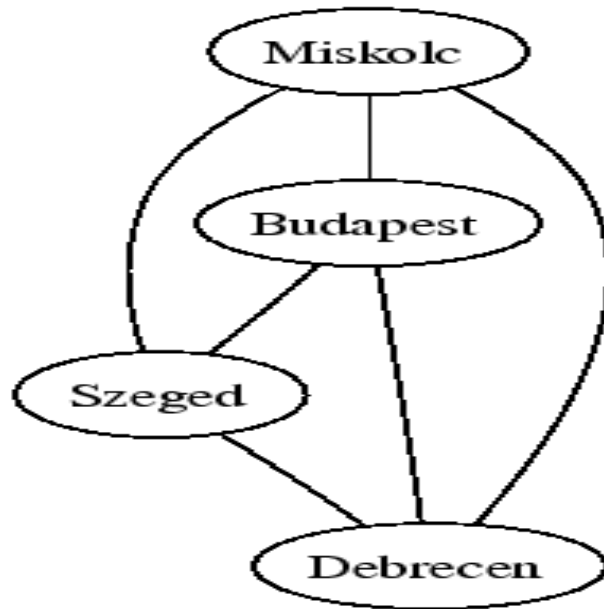
- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ **Kódolás**
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



Adleman, 1994: 7 csúcs, 14 él, 20 hosszú DNS láncok.

# Kódolás

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ **Kódolás**
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

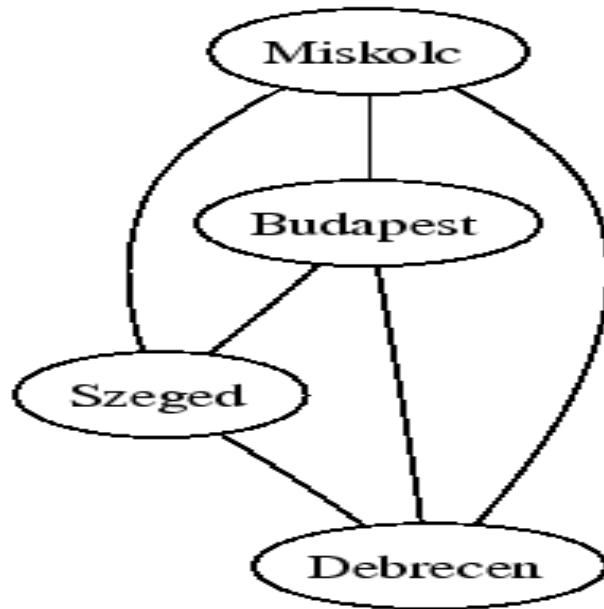


Adleman, 1994: 7 csúcs, 14 él, 20 hosszú DNS láncok. A mi leegyszerűsített példánkban:

- Miskolc: AAAAGGGG
- Budapest: CCCCTTTT
- Szeged: AGAGCTCT
- Debrecen: GAGATCTC

# Kódolás

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ **Kódolás**
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



Adleman, 1994: 7 csúcs, 14 él, 20 hosszú DNS láncok. A mi leegyszerűsített példánkban:

- Miskolc: AAAAGGGG
- Budapest: CCCCTTTT
- Szeged: AGAGCTCT
- Debrecen: GAGATCTC
- Miskolc-Budapest: CCCCGGGG
- Miskolc-Szeged: CCCCTCTC
- Miskolc-Debrecen: CCCCTCT

# Megoldás molekulák

Miskolcra kiindulva keresünk Hamilton-kört, minden kódoló molekula hossza 8, így 40 hosszú molekulákat keresünk.

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ **Megoldás molekulák**
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

# Megoldás molekulák

Miskolcra kiindulva keresünk Hamilton-kört, minden kódoló molekula hossza 8, így 40 hosszú molekulákat keresünk. Egy megoldást meghatározó molekula:

AAAA	CCCC	CTCT	AGAG	TTTT	CCCC	CTCT	AGAG	TTTT	
	GGGG	GAGA	TCTC	AAAA	GGGG	GAGA	TCTC	AAAA	GGGG

Miskolc-Debrecen-Budapest-Szeged-Miskolc.

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ **Megoldás molekulák**
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



# Megoldás molekulák

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ **Megoldás molekulák**
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Miskolcra kiindulva keresünk Hamilton-kört, minden kódoló molekula hossza 8, így 40 hosszú molekulákat keresünk. Egy megoldást meghatározó molekula:

AAAA	CCCC	CTCT	AGAG	TTTT	CCCC	CTCT	AGAG	TTTT	
	GGGG	GAGA	TCTC	AAAA	GGGG	GAGA	TCTC	AAAA	GGGG

Miskolc-Debrecen-Budapest-Szeged-Miskolc.

Nem megoldás, de megfelelő hosszúságú:

AAAA	CCCC	CTCT	AGAG	GGGG	AAAA	TCTC	GAGA	TTTT	
	GGGG	GAGA	TCTC	CCCC	TTTT	AGAG	CTCT	AAAA	GGGG

Miskolc-Debrecen-Miskolc-Debrecen-Miskolc

# Hossz - megoldhatóság

Adlemannak meg kellett határozni a sorozatokat, hogy eldöntse a Hamilton-út létezésének kérdését.

(Időigényes)

Viszont pozitív válasz esetén konstruktív eljárás!

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák

## ❖ Hossz - megoldhatóság

- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

# Hossz - megoldhatóság

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Adlemannak meg kellett határozni a sorozatokat, hogy eldöntse a Hamilton-út létezésének kérdését.

(Időigényes)

Viszont pozitív válasz esetén konstruktív eljárás!

Frisco, Henkel, Tengely (2004): Hamilton-út létezésének eldöntése megfelelő hosszúságú DNS lánc jelenléte alapján.

# Hossz - megoldhatóság

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Adlemannak meg kellett határozni a sorozatokat, hogy eldöntse a Hamilton-út létezésének kérdését.

(Időigényes)

Viszont pozitív válasz esetén konstruktív eljárás!

Frisco, Henkel, Tengely (2004): Hamilton-út létezésének eldöntése megfelelő hosszúságú DNS lánc jelenléte alapján.

Kódolás megváltoztatása, azonos hosszúságú molekulák helyett speciálisan megválasztott DNS láncok.

# $S_n^1$ halmazok

Az  $S_n^1$  halmaz olyan  $\{a_1, \dots, a_n\}$  halmazokból áll, amelyekre teljesül, hogy az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

egyenletnek csak a triviális  $x_i = 1$  megoldása van, ahol  $x_i \geq 0$  egész.

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság

## ❖ $S_n^1$ halmazok

- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

# $S_n^1$ halmazok

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Az  $S_n^1$  halmaz olyan  $\{a_1, \dots, a_n\}$  halmazokból áll, amelyekre teljesül, hogy az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

egyenletnek csak a triviális  $x_i = 1$  megoldása van, ahol  $x_i \geq 0$  egész.

$\{4, 6, 7\} \in S_3^1$ , mert a  $4x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 17$  egyenlet egyetlen megoldása az  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ ,

# $S_n^1$ halmazok

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Az  $S_n^1$  halmaz olyan  $\{a_1, \dots, a_n\}$  halmazokból áll, amelyekre teljesül, hogy az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

egyenletnek csak a triviális  $x_i = 1$  megoldása van, ahol  $x_i \geq 0$  egész.

$\{4, 6, 7\} \in S_3^1$ , mert a  $4x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 17$  egyenlet egyetlen megoldása az  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ ,

$\{3, 5, 7\} \notin S_3^1$ , mert  $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 0$  is megoldás.

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^n - 2^{n-i}\}$ .

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^n - 2^{n-i}\}$ .

●  $G_1 = \{1\}$

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^n - 2^{n-i}\}$ .

- $G_1 = \{1\}$
- $G_2 = \{2, 3\}$

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^i - 2^{i-1}\}$ .

- $G_1 = \{1\}$
- $G_2 = \{2, 3\}$
- $G_3 = \{4, 6, 7\}$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság

❖  $S_n^1$  halmazok

❖  $S_n^1 \neq \emptyset$

❖  $G_n$  alkalmazása

❖

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^n - 2^{n-i}\}$ .

- $G_1 = \{1\}$
- $G_2 = \{2, 3\}$
- $G_3 = \{4, 6, 7\}$
- $G_4 = \{8, 12, 14, 15\}$

$$S_n^1 \neq \emptyset$$

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

**Tétel.** Ha  $h \in H \in S_n^1$ , akkor  $n \leq h/2 + 1$ .

**Bizonyítás.** Tegyük fel, hogy  $n > h/2 + 1$ . Ekkor a skatulyaelv miatt léteznek  $h_i, h_j \in H, h_i \neq h_j$ , amelyekre  $h_i + h_j \equiv 0 \pmod{h}$ . **Ellentmondás.**

Legyen  $G_n = \bigcup_{i=1}^n \{2^n - 2^{n-i}\}$ .

- $G_1 = \{1\}$
- $G_2 = \{2, 3\}$
- $G_3 = \{4, 6, 7\}$
- $G_4 = \{8, 12, 14, 15\}$

**Tétel.** Minden pozitív egész  $n$ -re  $G_n \in S_n^1$ .

# $G_n$ alkalmazása

Az egyszerű Budapest-Debrecen-Miskolc-Szeged példánkban Debrecen-Szeged Hamilton-út létezésének kérdése esetén használhatjuk  $G_n$  elemeit, mint a csúcsok kódjait:

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖



# $G_n$ alkalmazása

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása
- ❖

Az egyszerű Budapest-Debrecen-Miskolc-Szeged példánkban Debrecen-Szeged Hamilton-út létezésének kérdése esetén használhatjuk  $G_n$  elemeit, mint a csúcsok kódjait:

- Budapest - 8
- Debrecen - 12
- Miskolc - 14
- Szeged - 15

Egy Hamilton-utat reprezentáló molekula hossza 49 lenne, ha létezik ilyen hosszú molekula, akkor létezik Debrecen-Szeged Hamilton-út és **nem szükséges "dekódolni" a DNS láncokat.**

# Köszönöm a figyelmet!

- ❖ Gráfok
- ❖ Példa
- ❖ Nehéz dió
- ❖ DNS molekulák
- ❖ Kódolás
- ❖ Megoldás molekulák
- ❖ Hossz - megoldhatóság
- ❖  $S_n^1$  halmazok
- ❖  $S_n^1 \neq \emptyset$
- ❖  $G_n$  alkalmazása

