

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok

A történelem folyamán kétféle számábrázolási mód alakult ki:

- helyiértékes számrendszerek
- nem helyiértékes számrendszerek

$$n = \sum_{i=0}^N b_i \cdot B^i$$

n = (természetes) szám
 b_i = számjegy az i -dik helyiértéken
 $b_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, 0 \leq b_i < B$
 B^i = i -dik helyiérték súlya
 B = a számrendszer alapja
 $B \in \mathbb{N}, B \geq 2$

Gyakorlatban használt ábrázolási mód, csak az együtthatók felsorolása:

$$n = (b_N b_{N-1} b_{N-2} \dots b_1 b_0)_B$$

Alap	Számrendszer
2	Kettes (bináris) szr.
8	Nyolcas(oktáv) szr.
10	Tíz(es)decimális szr.
16	Hexadecimális szr.

Amennyiben az indexben ill. kitevőben negatív értékeket is megengedünk, akkor törtszámokat is ábrázolni tudunk.

z - tört szám,

x - valós szám

$$z = \sum_{i=-M}^{-1} b_i \cdot B^i$$

$$x = \sum_{i=-M}^N b_i \cdot B^i = \sum_{i=-M}^{-1} b_i \cdot B^i + \sum_{i=0}^N b_i \cdot B^i$$

$$x = (b_N b_{N-1} b_{N-2} \dots b_1 b_0, b_{-1} \dots b_{-M})_B$$

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok

Példák számrendszerek közötti átváltásra:

+39,625₁₀ decimális szám átváltása bináris számmá (kitevő-módszer)

maradék	2 kitevői	decimális	bináris érték
39,625	5	32	1
7,625	4	16	0
7,625	3	8	0
7,625	2	4	1
3,625	1	2	1
1,625	0	1	1,
0,625	-1	0,5	1
0,125	-2	0,25	0
0,125	-3	0,125	1

Eredmény: $39,625_{10} = 100111,101_2$

+39,625 átváltása kettes számrendszerbe a "hányados-szorzat"-módszerrel:

1. Az egész rész átváltása:

osztás	hányados	maradék
39:2	19	1
19:2	9	1
9:2	4	1
4:2	2	0
2:2	1	0
1:2	0	1

100111

2. Az tört rész átváltása:

szorzás	szorzat	egész	tört	bináris
0,625*2	1,25	1	0,25	,1
0,25*2	0,5	0	0,5	0
0,5*2	1,0	1	0,0	1

,101

$39,625_{10} = 100111,101_2$

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok

Példák számrendszerek közötti átváltásra:

Az $n = 100111,101_2$ bináris szám visszaalakítása decimális számmá a "hányados-szorzat" módszerrel.

Iteratív (ismétlődő) osztás $10_{10} = 1010_2$ -el

osztás	hányados	maradék
$100111:1010$	11	1001
$11:1010$	0	11
Eredmény:		$(11_2) \quad (1001_2)$ 39_{10}

A bináris szám tört részének átváltása az előző példában bemutatott sorozatos szorzással (szorzótényező: 1010_2) lehetséges.

Az $n = 1101101100_2$ bináris szám átváltása oktális és hexadecimális számmá.

Ez az átváltás egyszerű, mert először a biteket hármassával ill. négyesével csoportokra osztjuk, melyeket aztán külön-külön váltunk át.

bináris $\rightarrow$ oktális: $n = \quad 001 \quad 101 \quad 101 \quad 100$

A hármass csoportok oktális értékei: $\quad 1 \quad 5 \quad 5 \quad 4$

- **Eredmény: $n = 1101101100_2 = 1554_8$**

bináris $\rightarrow$ hexadecimális $n = \quad 0011 \quad 0110 \quad 1100$

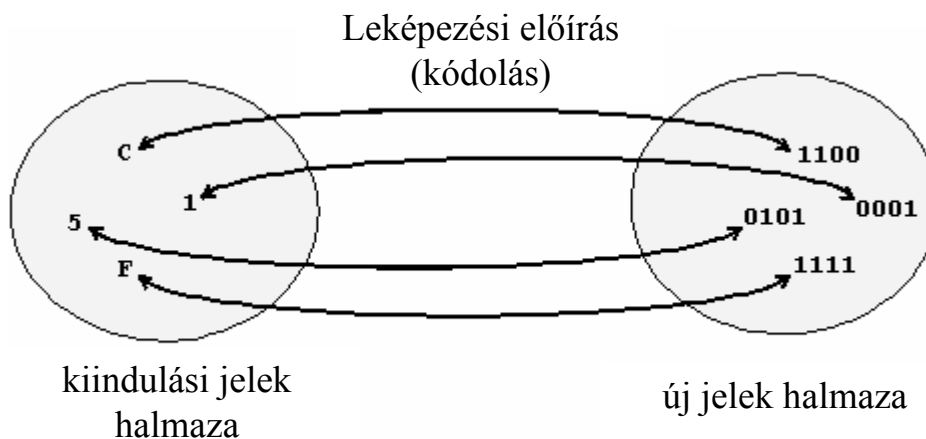
A négyes csoportok hexadecimális értékei: $\quad 3 \quad 6 \quad C$

- **Eredmény: $n = 1101101100_2 = 36C_{16}$**

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok

Kódolás: adott jelkészlet egyértelmű leképezése egy új jelkészletre adott „előírás” szerint. (visszafele nem szükséges az egyértelműség)



Kódok csoportosítása:

- numerikus kódok
 - alfanumerikus kódok
 - érték-kódok és elrendezés-kódok
 - redundáns és nemredundáns kódok
 - hibafelismerő kódok
 - hibakijavító kódok
 - komplementképző kódok
 - többleléses és egyléses kódok
 - folyamatos és nem folyamatos k.
 - számlálókódok és pozíció-kódok
- n : szimbólumok (számjegyek, karakterek) száma : a kódszó „szélességét” adja meg
 - g : a bináris kódszó „súlyát” adja meg, azaz hány „1”-es van a kódszóban (pl. $g(0101)=2$, $g(0000)=0$)
 - egyenletes a kód akkor, ha az n karakterszám minden kódszóban egyforma
 - M : max. információ-mennyiség: m db karakterszám esetében az ábrázolható maximális információ-mennyiség, bináris kódnál $M=2^m$
 - R : redundancia: amennyiben az ábrázolni kívánt jelek (kódszó-variációk) darabszáma kisebb mint a lehetséges maximális információ-mennyiség. ($N < M$)

$$N=2^n \text{ és } m=\text{ld}(M), n=\text{ld}(N), \quad \text{ahol ld} = 2\text{-es alapú logaritmus}$$

Ezzel a redundancia: $R = \text{ld}(M) - \text{ld}(N) = m - n$ [bit]

Példa: egy 4-bites BCD-kód (lásd később) redundanciája:

$$R = m - \text{ld}(N) = 4 - \text{ld}(10) = 4 - 3,32 = 0,68 \quad \text{azaz} \quad \mathbf{R = 0,7 \text{ bit}}$$

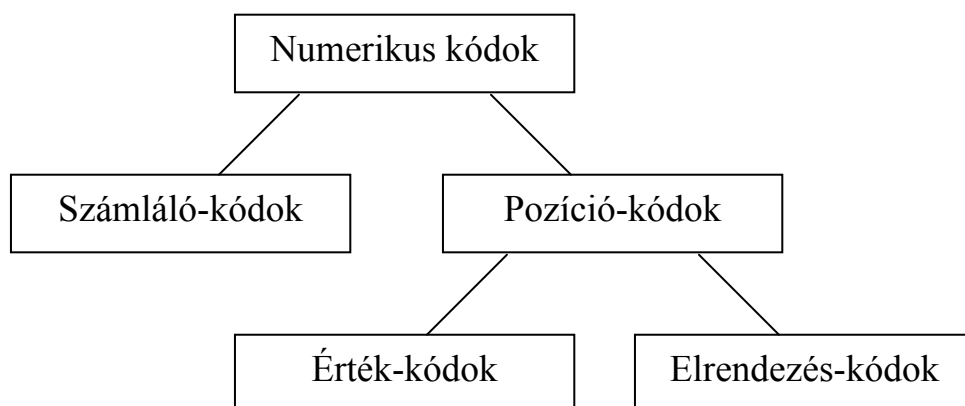
Kombinációs hálózatok

Számok és kódok

- **Teljes kódnak** nevezzük azt a kódot, amelyik az összes bitkombinációt kihasználja ($N=M$). Ekkor $R = 0$.
- **Hamming-távolság, h :** azon karakterhelyek számát adja meg, melyekben egyazon kód két különböző kódszavai egymástól eltérnek.
Adott két kódszó: $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ és $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, ahol érvényes

$$h(a, b) = \sum_{i=1}^n a_i \oplus b_i$$

- **Folyamatosság: folyamatos kódnál** a Hamming-távolság a lehetséges összes kódszóra vonatkozóan egyforma.
 $h(a, b) = \text{konstans}$
- **Egylépésesség:** az a folyamatos kód egylépéses, amelyiknek a Hamming-távolsága: $h=1$. Akármelyik tetszőlegesen választott két szomszédos kódszó között csak egy bit értékében van különbség.
- **Szimmetrikus** az a kód, amelyiknél a lehetséges kódszavak egy imaginárius szimmetriatengely körül szimmetrikusan helyezkednek el.
- **Lexikografikus** elrendezésű a kód, ha a kódszavak egymást a kettes számrendszerbeli (bináris) értékük szerint követik.
- **Komplementképző** kódoknál egy decimális szám kilences-komplemente megegyezik a hozzá tartozó kettes számrendszerbeli szám egyes-komplementjével.



Numerikus kódok lehetnek szó-kódok és számjegy-kódok.

Kombinációs hálózatok

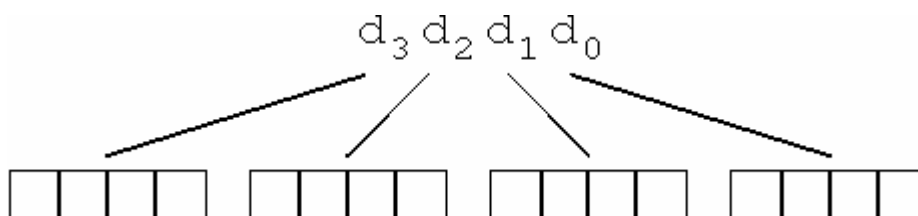
Számok és kódok, érték-kódok

Az érték-kódok értelmezése mindig leírható egy matematikai kifejezéssel:

$$n = \sum_{i=1}^N b_i \cdot W_i \quad W_i : \text{a helyiérték súlya}$$

•**BCD**: *binary coded decimal* (binárisan kódolt decimális szám)

•**nBCD**: *natural BCD number* (természetes BCD-szám)



Egy decimális számjegy kódolása min. 4 biten → Redundancia
(pszeudotetrádok)

Bináris szám (16 Bits)

15															0

BCD-Szám (4 Dekád, Tetrád)

3			0		3			0		3			0		3			0
0 - 9					0 - 9					0 - 9					0 - 9			

•Bináris szám (16 bit) értéktartománya: 0 - 65535

•BCD-szám (4 dekád) értéktartománya: 0 - 9999

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, érték-kódok

Gyakrabban előforduló 4-bites BCD-kódok:

Kódok elnevezése	nBCD	7421	742-1	74-2-1	MBQ	Aiken
helyiérték-súly	8 4 2 1	7 4 2 1	7 4 2-1	7 4-2-1	5 4 2 1	2 4 2 1
decimális érték						
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 1 1	0 1 1 1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
5	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 1 1	1 0 1 1	1 0 0 0	1 0 1 1
6	0 1 1 0	0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 1 0 0
7	0 1 1 1	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 1 0	1 1 0 1
8	1 0 0 0	1 0 0 1	1 0 1 1	1 1 1 1	1 0 1 1	1 1 1 0
9	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	1 1 1 0	1 1 0 0	1 1 1 1

A dec. érték kilences-komplemente az AIKEN-kódnál megegyezik a kód egyes-komplementével:

a	Aiken-kód	9-a	Aiken-kód
1	0001	8	1110
3	0011	6	1100
5	1011	4	0100

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, érték-kódok

Nemtetrádikus BCD-kódok:

Kód elnevezése	2 az 5-ből kód	51111	Kettős hibafelismerő kód	Gyűrű-számláló
helyiérték-súlyok	74210	51111	50 43210	9876543210
Decimális érték				
0	11000	00000	01 00001	0000000001
1	00011	00001	01 00010	0000000010
2	00101	00011	01 00100	0000000100
3	00110	00111	01 01000	0000001000
4	01001	01111	01 10000	0000010000
5	01010	10000	10 00001	0000100000
6	01100	11000	10 00010	0001000000
7	10001	11100	10 00100	0010000000
8	10010	11110	10 01000	0100000000
9	10100	11111	10 10000	1000000000

5-ből 2 kód és Kettős hibajavító kód:

Mindkét kód kódszavai csak 2 db „1”-értékű bitet tartalmaznak, ami az automatikus hibafelismerést teszi egyszerűbbé. (Utóbbi részben a kétbites hibákat is felismeri.)

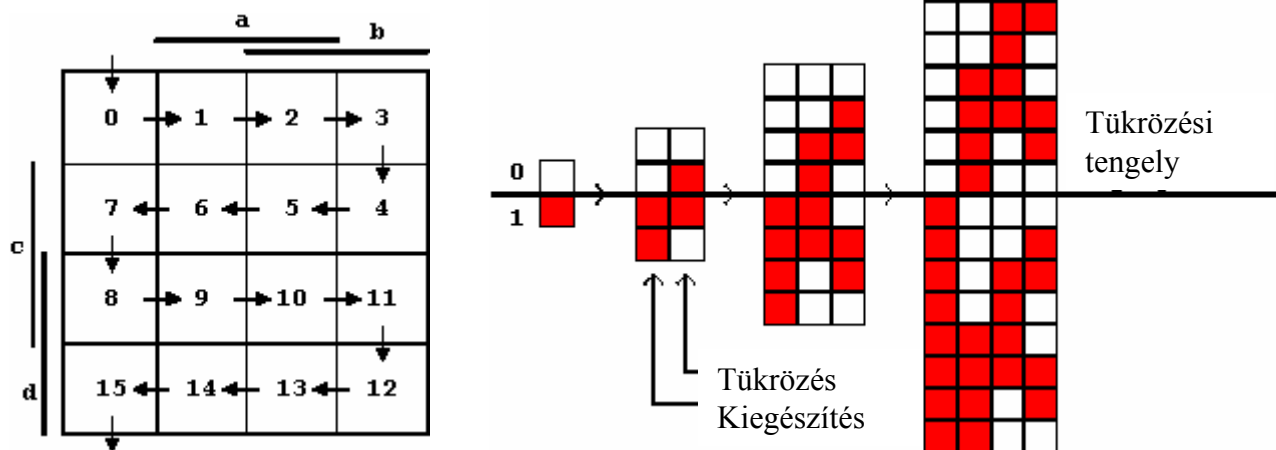
51111-kód:

Az Aiken-kódhoz hasonlóan ön-komplemensképző.

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, elrendezés-kódok

Gray-kód képzése:



n	d	c	b	a	Kód-vonalzó			
0	0	0	0	0				
1	0	0	0	1				
2	0	0	1	1				
3	0	0	1	0				
4	0	1	1	0				
5	0	1	1	1				
6	0	1	0	1				
7	0	1	0	0				
8	1	1	0	0				
9	1	1	0	1				
10	1	1	1	1				
11	1	1	1	0				
12	1	0	1	0				
13	1	0	1	1				
14	1	0	0	1				
15	1	0	0	0				

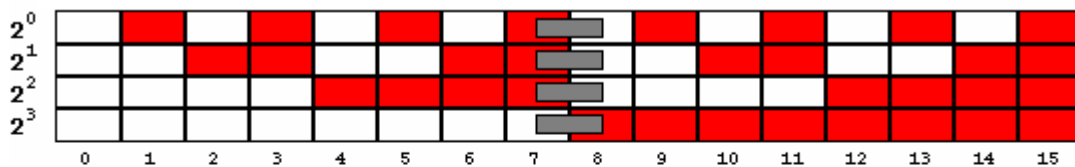
n	Gray-kód				Gray-kód				Glixon-kód			
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												

Kombinációs hálózatok

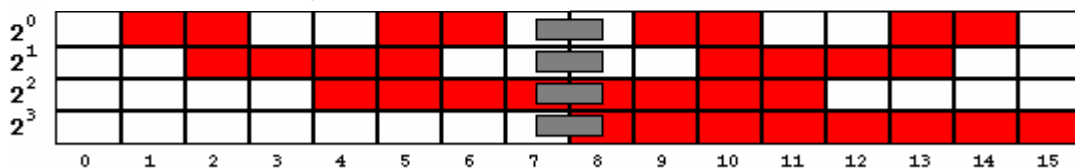
Számok és kódok, elrendezés-kódok

Egylépéses kódok előnyei:

Kódvonalzó kettes számrendszer-kódban:



Kódvonalzó Gray-kódban:



■ Mérőszensor

További elrendezés-kódok:

Decimális érték	Excess-3	Reflex-Excess-3	O'Brien I	Libaw-Craig
0	0011	0010	0000	00000
1	0100	0110	0001	00001
2	0101	0111	0011	00011
3	0110	0101	0010	00111
4	0111	0100	0110	01111
5	1000	1100	1110	11111
6	1001	1101	1010	11110
7	1010	1111	1011	11100
8	1011	1110	1001	11000
9	1100	1010	1000	10000

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, elrendezés-kódok

Összefoglalás:

	8421 (nBCD)	2421 nem szim	Aiken	Excess-3	White	Gray (16 bit)	Glixon
0000	0	0	0		0	0	0
0001	1	1	1		1	1	1
0010	2	2	2			3	3
0011	3	3	3	0	2	2	2
0100	4		4	1		7	7
0101	5			2	3	6	6
0110	6			3		4	4
0111	7			4	4	5	5
1000	8			5	5	(15)	9
1001	9			6	6	(14)	
1010		4		7		(12)	
1011		5	5	8	7	(13)	
1100		6	6	9		8	8
1101		7	7		8	9	
1110		8	8			(11)	
1111		9	9		9	(10)	

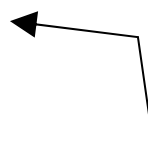
Tetrádoknál (4 bit szélességű kódszavak) a decimális számjegyek kódolására használható elméletileg lehetséges kódok száma:

$$N = \frac{16!}{6!} = 2,9 \cdot 10^{10}$$

Kombinációs hálózatok

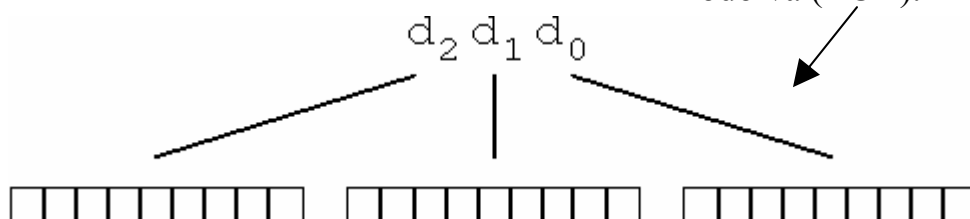
Számok és kódok, számláló-kódok

Decimális érték	Számláló-kód
0	000000
1	000001
2	000011
3	000111
4	001111
.	.
.	.
.	.



Szó-kódoknál a szó szélességét a legnagyobb ábrázolandó szám határozza meg.

Számjegykódok esetében decimális számot ábrázolunk számjegyenként binárisan kódolva (BCD).



Decimális érték	Számláló-kód
0	00000000
1	00000001
2	00000011
3	00000111
.	.
.	.
.	.
8	01111111
9	11111111

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, alfanumerikus kódok

Kód-Nr.	Duális kód	Betű	Szám
1	11000	A	-
2	10011	B	?
3	01110	C	:
4	10010	D	WAY
5	10000	E	3
6	10110	F	(NA)
7	01011	G	(NA)
8	00101	H	(NA)
9	01100	I	8
10	11010	J	<i>bell</i>
11	11110	K	(
12	01001	L	)
13	00111	M	.
14	00110	N	,
15	00011	O	9
16	01101	P	0
17	11101	Q	1
18	01010	R	4
19	10100	S	'
20	00001	T	5
21	11100	U	7
22	01111	V	=
23	11001	W	2
24	10111	X	/
25	10101	Y	6

Távírókód Nr.2. (Murray/Baudot- kód)

2 X 32 féle jel

Betű-mód ill. számjegy-
mód kiválasztása
vezérlőjel (LS és FS)
segítségével.

WAY: Who are you?
bell: csengő
CR: carriage return
LF: line feed
LS: letter shift
FS: figure shift
space: szóköz
(NA): not assigned
foglalt
(unused): nem használt

Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, alfanumerikus kódok

HEX	ASCII	HEX	ASCII	HEX	ASCII	HEX	ASCII
00	NUL	20	SP	40	@	60	`
01	SOH	21	!	41	A	61	a
02	STX	22	"	42	B	62	b
03	ETX	23	#	43	C	63	c
04	EOT	24	\$	44	D	64	d
05	ENQ	25	%	45	E	65	e
06	ACK	26	&	46	F	66	f
07	BEL	27	'	47	G	67	g
08	BS	28	(	48	H	68	h
09	HT	29	)	49	I	69	i
0A	LF	2A	*	4A	J	6A	j
0B	VT	2B	+	4B	K	6B	k
0C	FF	2C	,	4C	L	6C	l
0D	CR	2D	-	4D	M	6D	m
0E	SO	2E	.	4E	N	6E	n
0F	SI	2F	/	4F	O	6F	o
10	DLE	30	0	50	P	70	p
11	DC1	31	1	51	Q	71	q
12	DC2	32	2	52	R	72	r
13	DC3	33	3	53	S	73	s
14	DC4	34	4	54	T	74	t
15	NAK	35	5	55	U	75	u
16	SYN	36	6	56	V	76	v
17	ETB	37	7	57	W	77	w
18	CAN	38	8	58	X	78	x
19	EM	39	9	59	Y	79	y
1A	SUB	3A	:	5A	Z	7A	z
1B	ESC	3B	;	5B	[	7B	{
1C	FS	3C	<	5C	\	7C	
1D	GS	3D	=	5D	]	7D	}
1E	RS	3E	>	5E	^	7E	~
1F	US	3F	?	5F		7F	DEL

ASCII-kód

128 féle jel

hex. 00 - 1F:
Vezérlő jelek,
például:

HEX	ASCII
02	STX
<i>start of text</i>	
03	ETX
<i>end of text</i>	
07	BEL
<i>bell</i>	
09	HT
<i>horizontal tabulator</i>	
0A	LF
<i>line feed</i>	
0C	FF
<i>form feed</i>	
0D	CR
<i>carriage return</i>	
1B	ESC
<i>Escape</i>	

Számok és kódok, alfanumerikus kódok

A rendelkezésre álló nyolc bit közül a legnagyobb helyiértékű, az MSB (*most significant bit*) paritásbitként (*parity bit*) használva alkalmas az adatátvitelkor esetlegesen előforduló 1-bites hibák felismerésére (*even/odd parity*, azaz páros [$p=0$] vagy páratlan [$p=1$] az egyesek száma).

p							
	6						0
	ASCII-kód (7 Bit)						

ASCII-kód, paritásvizsgálat

MSB							LSB
7			4	3			0
felső tetrád (<i>Nibble</i>)				alsó tetrád (<i>Nibble</i>)			

**Bővített ASCII-kód,
(PC8-kód)**
256 féle jel

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	
0	NUL	DLE	SP								á						
1	SOH	DC1															
2	STX	DC2															
3	ETX	DC3															
4	EOT	DC4															
5	ENQ	NAK															
6	ACK	SYN															
7	BEL	ETB															
8	BS	CAN															
9	HT	EM															
A	LF	SUB															
B	VT	ESC															
C	FF	FS															
D	CR	GS															
E	SO	RS															
F	SI	UP															

—	DEL	SP
---	-----	----

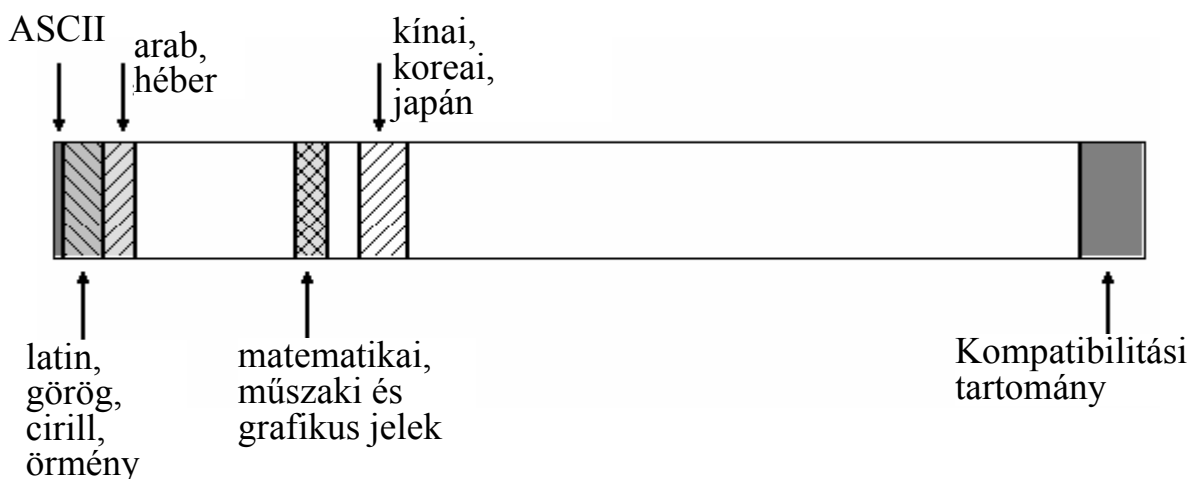
Kombinációs hálózatok

Számok és kódok, alfanumerikus kódok

UNICODE

kódolás 16 biten, 65.536 féle jel ábrázolható

Példa a kódolási tartományokra:



- Közvetlen kompatibilitás az ASCII-kóddal (alsó nyolc bit = ASCII-kód)
- külön tartomány van fenntartva a különböző kódokkal való kompatibilitás biztosítására
- kb 25.000 jel nagyságú tartomány áll rendelkezésre a bővítésre