

Megengedett energiaállapotok sűrűsége (térfogati):

$$N(E) = 4\pi \left[\frac{2m_n}{h^2} \right]^{3/2} E^{1/2}$$

m_n - effektív elektrontömeg

$$m_n = \left[\frac{d^2 E}{d\bar{p}^2} \right]^{-1} \quad E - \bar{p} \quad (\text{energia-kristály impulzus momentum})$$

↓

parabola a vezetési sáv alja

GaAs - szűk parabola $\rightarrow m_n = 0,07m_o$
 Si - szélesebb parabola $\rightarrow m_n = 0,19m_o$ [100]
 anizotróp = orientációfüggő!!

Meghatározandó: (adott T -n)

Elektronok száma a vezetési sáv állapotaiban

$$n(E) \rightarrow N(E) \cdot F(E)$$

$$n = \int_0^{E_{\max}} n(E) dE = \int_0^{E_{\max}} N(E) \cdot F(E) dE$$

$F(E)$ Fermi-Dirac eloszlásfüggvény \rightarrow betöltöttségi valószínűség

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}$$

k - Boltzman állandó
 E_F - Fermi-szint

$$F(E_F) = \frac{1}{2} \quad \text{szimetrikus } E_F \text{ körül}$$

Közelíthető $3kT + E_F$ $F(E) > 20$
 $-3kT + E_F$ $F(E) < 0,05$

Boltzmann-eloszlás:

$$F(E) \cong \exp\left[-\frac{(E - E_F)}{kT}\right]$$

elektron-betöltöttség

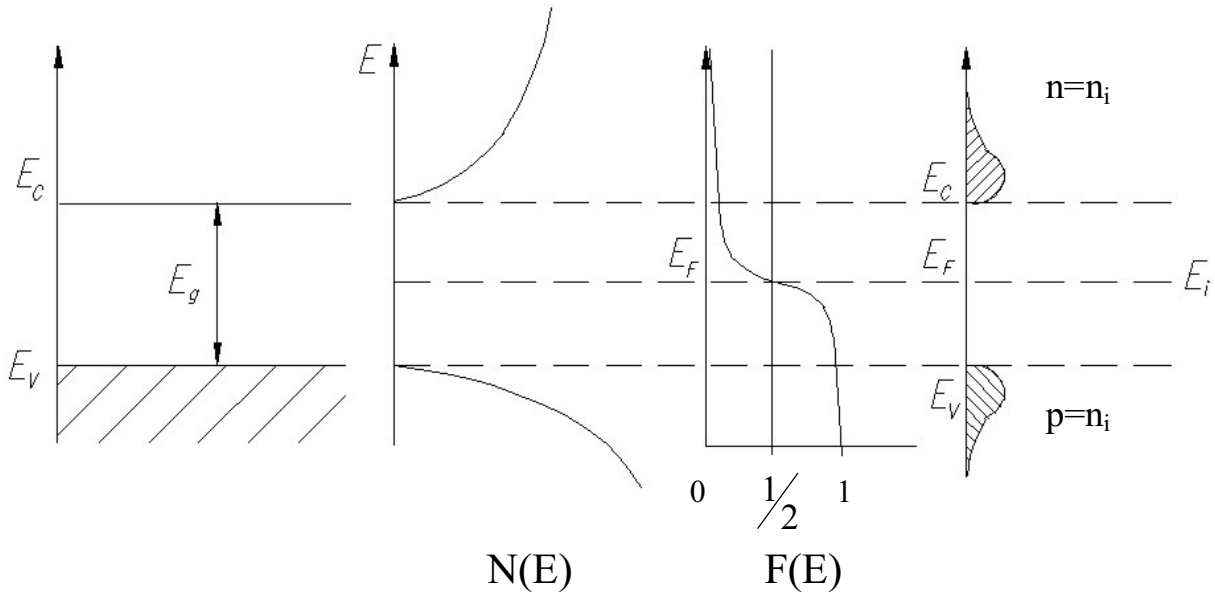
$$(E - E_F) > 3kT$$

$$F(E) \cong 1 - \exp\left[-\frac{(E_F - E)}{kT}\right]$$

$$(E - E_F) < -3kT$$

lyuk-betöltöttség

INTRINSIC



Elektronsűrűség a vezetési sávban:

$$n = N_C \exp\left[-\frac{E_C - E_F}{kT}\right]$$

T=300 K

Si $N_C = 2,8 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

GaAs $N_C = 4,7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

$$N_C = 2 \left[\frac{2\pi \cdot m_n kT}{h^2} \right]^{3/2}$$

effektív állapotosság
a vezetési sávban.

Lyuksűrűség a valenciasávban

$$p = N_V \exp\left[-\frac{E_F - E_V}{kT}\right]$$

T=300 K

Si $N_V = 1,04 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

GaAs $N_V = 7,0 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

$$N_V = 2 \left[\frac{2\pi \cdot m_p kT}{h^2} \right]^{3/2}$$

effektív állapotosság
a valenciasávban

Intrinsic félvezetőben: $n_i = n = p$

$$n \cdot p = n_i^2$$

$$n_i^2 = N_C N_V \cdot \exp\left[-\frac{E_g}{kT}\right] \quad E_g \equiv E_C - E_V$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot \exp\left[-\frac{E_g}{2kT}\right]$$

$n_i^2 = n \cdot p$ érvényes intrinsic és extrinsic félvezetőkben termikus EGYENSÚLYI állapotban

n_i **Si** $1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

GaAs $1,79 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$

EXTRINSIC -adalékolás T=300K

sekély donor esetén: $n = N_D \left(= N_C \cdot \exp\left[-\frac{E_C - E_F}{kT}\right] \right)$

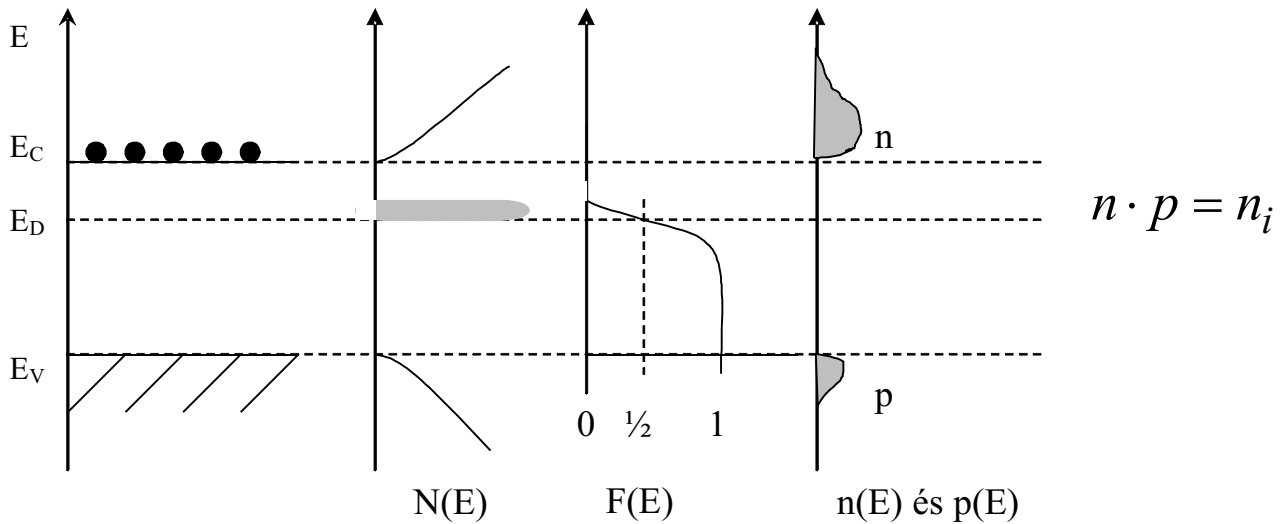
$$E_C - E_F = kT \cdot \ln\left[\frac{N_C}{N_D}\right]$$

sekély akceptor esetén: $p = N_A \left(= N_V \cdot \exp\left[-\frac{E_F - E_V}{kT}\right] \right)$

$$E_F - E_V = kT \cdot \ln\left[\frac{N_V}{N_A}\right]$$

$n \cdot p = n_i^2$ termikus egyensúlyban

⇒ célszerű a sávközépi, azaz intrinsic energiára E_i vonatkoztatott megadás



$$E_D = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s} \right)^2 \cdot \left(\frac{m_n}{m_0} \right) \cdot E_H$$

donorszint
ionizálási energia

hidrogénatom
ionizálási energia

$E_F \neq E_D$, de $E_C - E_F$ csökken N_D -vel

$E_F \neq E_V$, de $E_F - E_V$ csökken N_A -val

Degeneráció:

$$N_D > N_C \quad \text{ill.} \quad N_A > N_V$$

$$E_F > E_C \quad \text{ill.} \quad E_F < E_V$$

!

$$n = n_i \cdot \exp\left[\frac{E_F - E_i}{kT}\right]$$

$$p = n_i \cdot \exp\left[\frac{E_i - E_F}{kT}\right]$$

m_0 a szabad elektron töltése;

ϵ_0 a vákuum permittivitása (dielektromos állandója)

Töltéssemlegesség

$$n + N_A = p + N_D \quad np = n_i^2$$

n-típusú félvezetőre:

$$n_n = \frac{1}{2} \left[N_D - N_A + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2} \right] \quad \text{többségi töltéshordozók sűrűsége}$$

$$p_p = \frac{n_i^2}{n_n} \quad n_n \gg p_p \quad \text{kisebbségi töltéshordozók sűrűsége}$$

p-típusú félvezetőre:

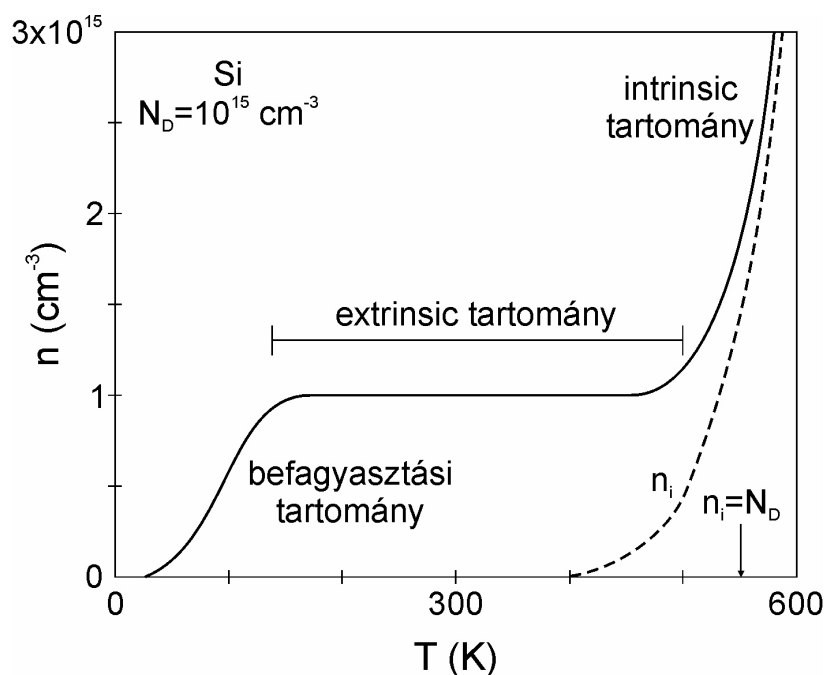
$$p_p = \frac{1}{2} \left[N_A - N_D + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2} \right] \quad \text{többségi töltéshordozók sűrűsége}$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \quad p_p \gg n_p \quad \text{kisebbségi töltéshordozók sűrűsége}$$

$$n_n \approx N_D - N_A \quad \text{ha } N_D > N_A$$

$$p_p \approx N_A - N_D \quad \text{ha } N_A > N_D$$

Elektronsűrűség hőmérsékleti függése

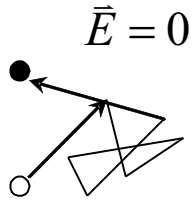


Töltéstranszport

Sodródás vagy töltéshordozó drift

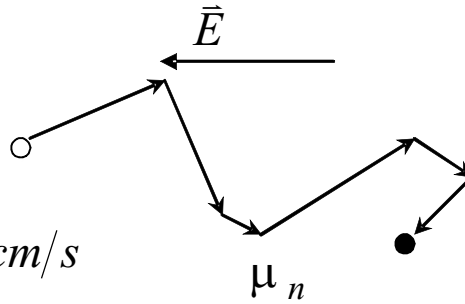
$$v_{th} = \frac{l}{\tau_c}$$

$$\tau_c \rightarrow ps$$



Si / 300K

$$v_{termikus} = 10^7 \text{ cm/s}$$



Impulzusmomentum:

$$-q\bar{E}\tau = m_n v_n$$

$$v_n = -\left(\frac{q\tau_c}{m_n}\right)\bar{E}$$

τ_c az ütközések közti (szabad úthossz) út megtételéhez szükséges idő (átlagos élettartam)

μ_n elektron mozgékonyág [cm^2/Vs]

$$v_n = \mu_n \cdot \bar{E} \quad \text{elektron sodródási sebesség}$$

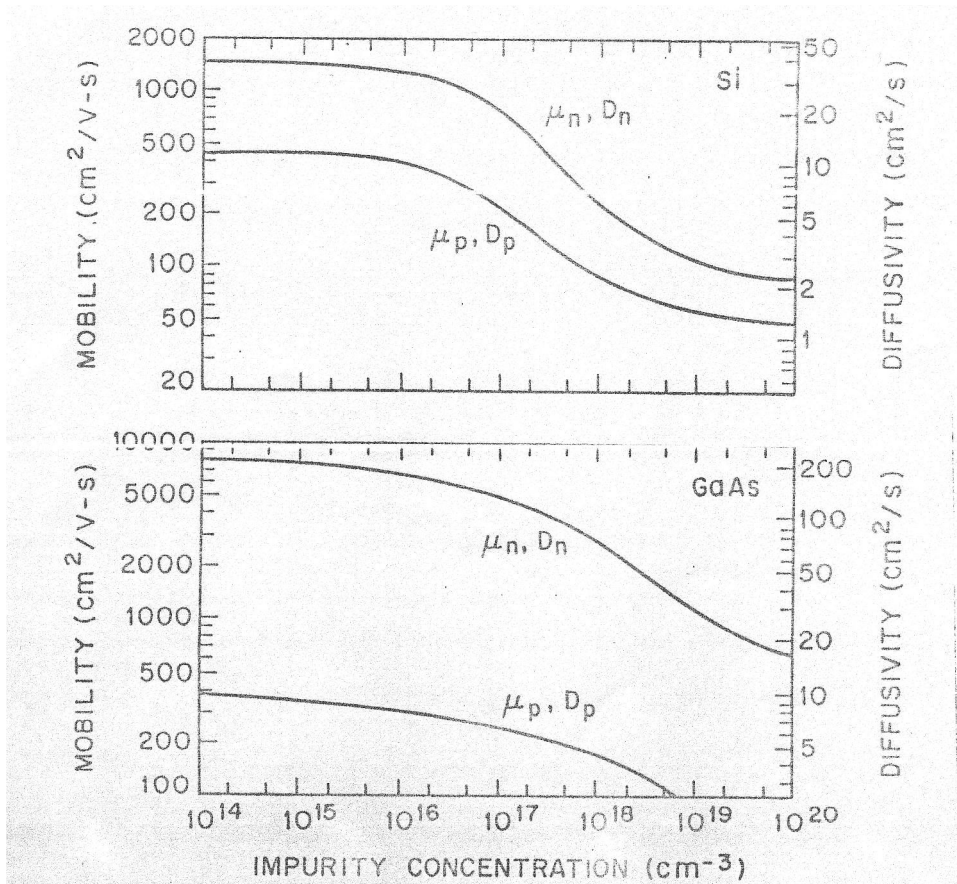
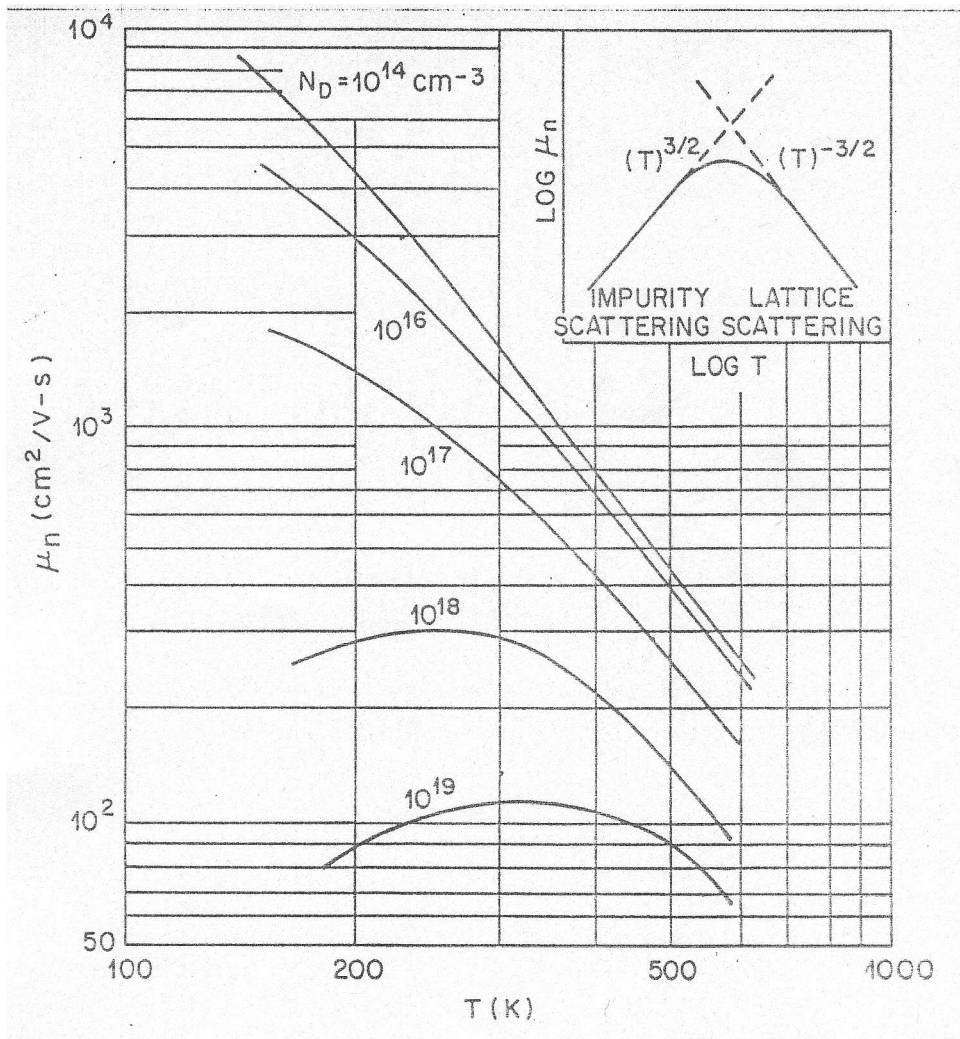
$$v_p = \mu_p \cdot \bar{E} \quad \text{lyuk sodródási sebesség}$$

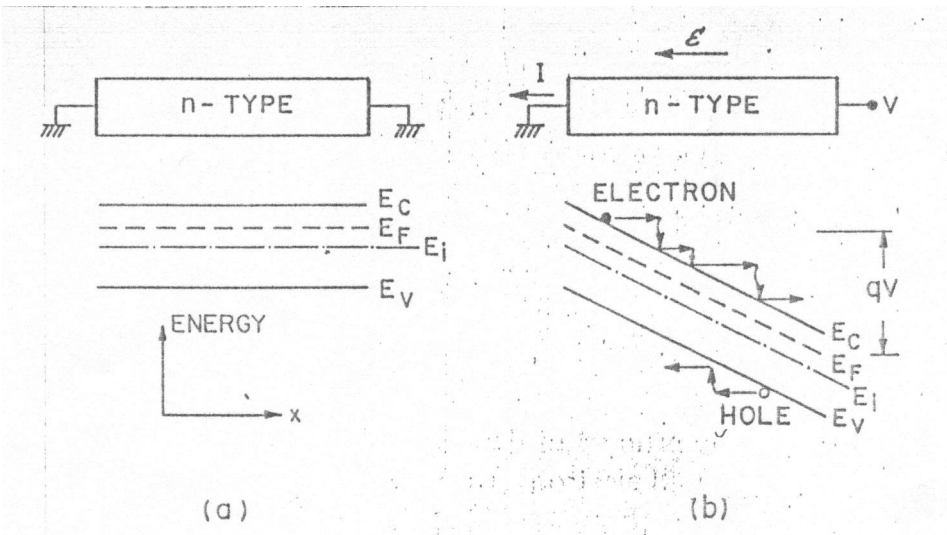
Szóródási mechanizmusok

- szennyező ionok - impurity $\sim N_D, N_A$
- rácsatomokon $T > 0 \text{ K}$ - lattice dominál magas T -nél

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I}$$

\uparrow \uparrow
 termikus coulomb





Drift

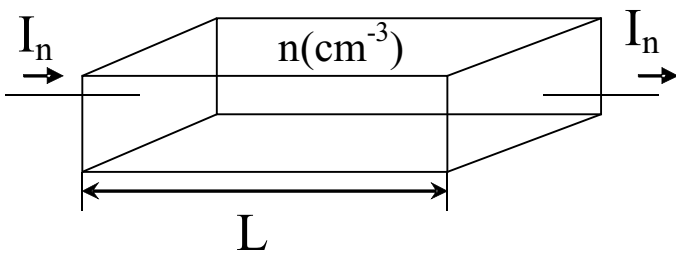
hajtó erő: negatív
potenciál gradiens:

$$-q\vec{E} = \vec{F}$$

$$\vec{E} = -\frac{d\psi}{dx}$$

elektronpotenciál
értéke:

$$\psi = -\frac{E_i}{q}$$



$$J_n = \frac{I_n}{A} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E}$$

$$J_p = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{E}$$

$$J = J_n + J_p = (q \cdot n \cdot \mu_n + q \cdot p \cdot \mu_p)$$

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu_n + q \cdot p \cdot \mu_p$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p)}$$

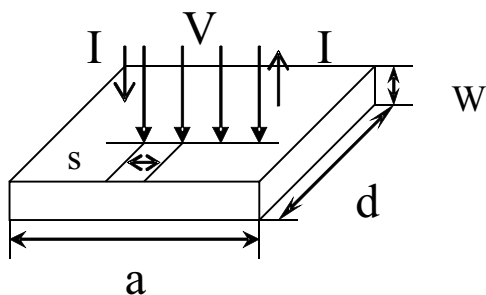
σ vezetőképesség

hatékony: a többségi vezetőképesség

n-típusú: $\rho = \frac{1}{q \cdot n \cdot \mu_n}$

p-típusú: $\rho = \frac{1}{q \cdot p \cdot \mu_p}$

Mérése: 4 tűs mérés

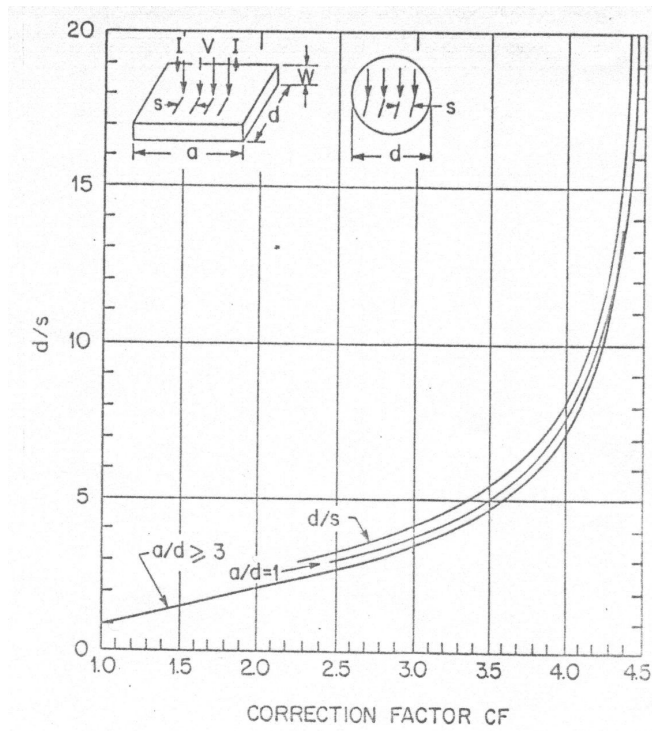


$$\rho = \frac{V}{I} \cdot W \cdot CF [\Omega cm]$$

fajlagos ellenállás

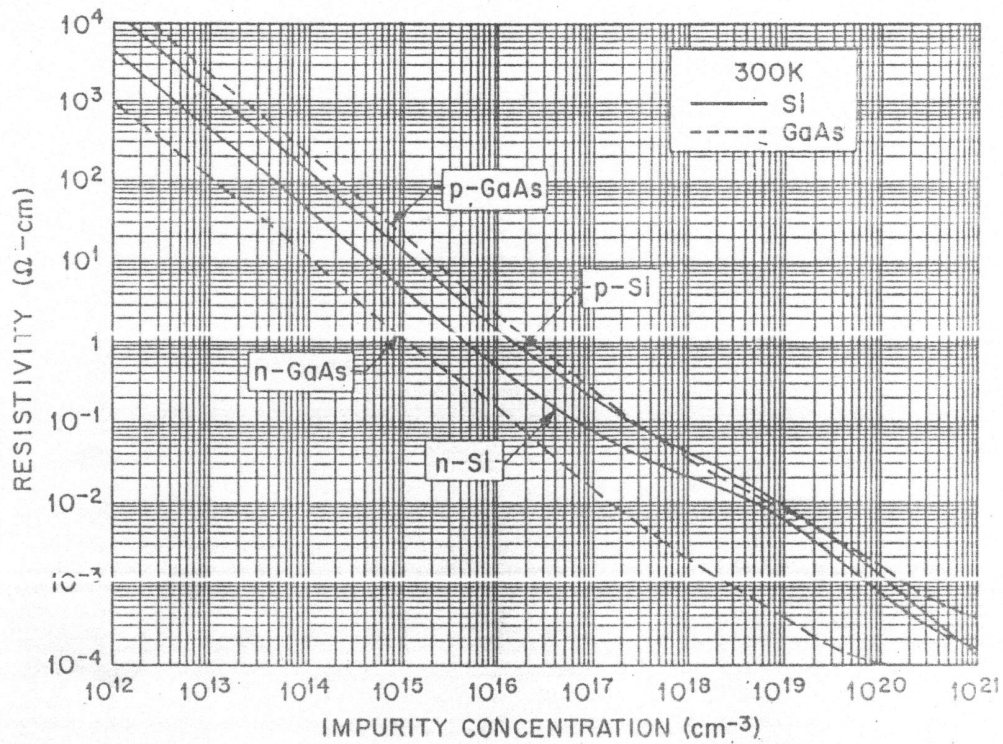
$$CF = \frac{d}{s} \cdot \frac{a}{d}$$

4-tűs mérés



$$\rho = \frac{V}{I} \cdot W \cdot CF$$

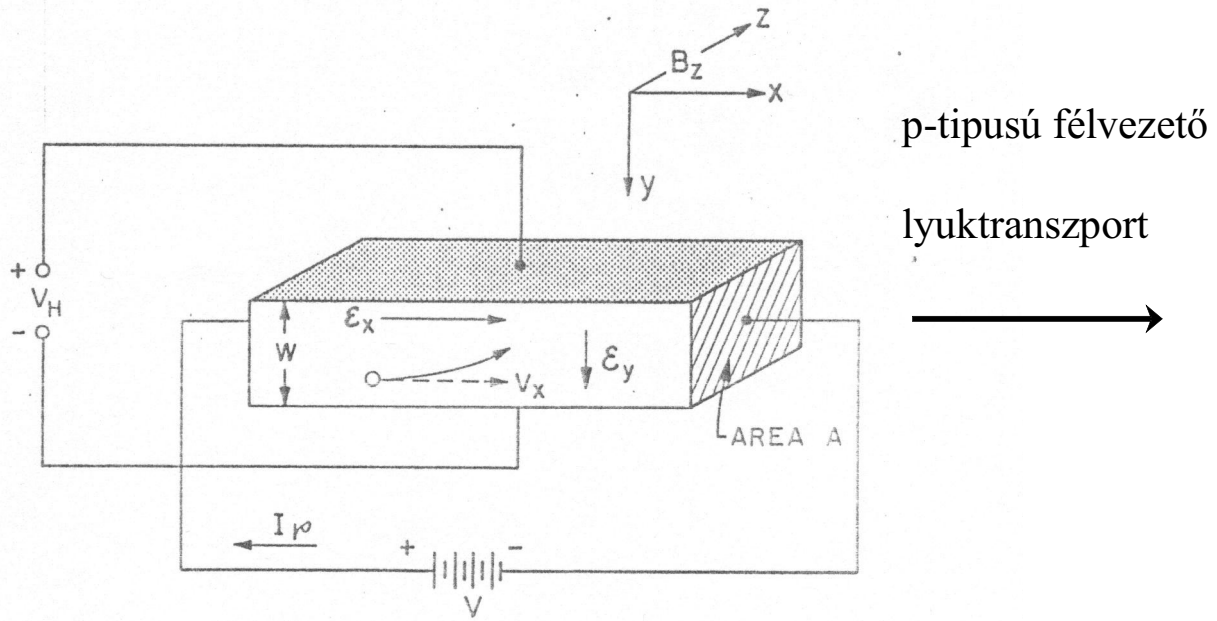
Adalékolásfüggő fajlagos ellenállás



Hall-effektus

Egy félvezető töltéshordozó sűrűségének közvetlen mérési módszere

Lorentz erő: $q\vec{V} \times \vec{B} (= qV_x B_z)$



y irányú elektromos tér kompenzálendő a Lorentz-erő hatásával
(nincs y irányú áram!)

$$q \cdot E_y = q \cdot V_x B_z \quad E_y = V_x \cdot B_z \rightarrow \text{Hall-effektus}$$

$$V_H = E_y \cdot W \quad \text{Hall feszültség}$$

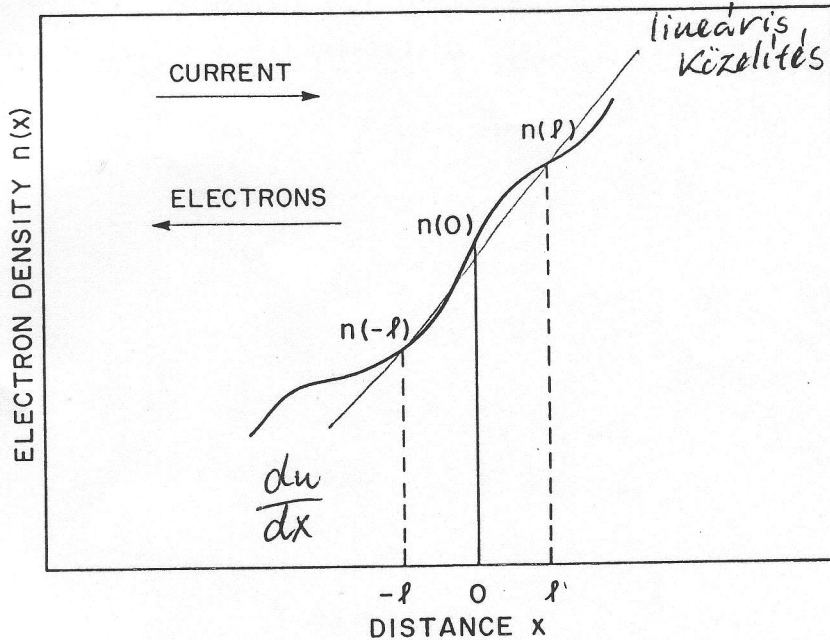
$$E_y = \left[\frac{J_p}{q \cdot p} \right] B_z = R_H \cdot J_p \cdot B_z \quad R_H = \frac{1}{q \cdot p} \quad \text{Hall-együttható}$$

$$R_H = -\frac{1}{q \cdot n} \quad \text{n-típusú félvezető}$$

$$p = \frac{1}{q \cdot R_H} = \frac{J_p \cdot B_z}{q \cdot E_y} = \frac{(I/A) B_z}{q(V_H/W)} \quad \boxed{p = \frac{I \cdot B_z \cdot W}{q \cdot V_H \cdot A}}$$

Töltés diffúzió

Hajtóerő \Rightarrow koncentráció gradiens



Elektron fluxus
 $x=0$
 síkon át
 (l – szabad úthossz)

$$v_{th} = \frac{l}{\tau_c}$$

$$F_1 = \frac{1}{2} n \cdot (-l) \cdot v_{th} \quad \text{balról jövő elektronok}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} n \cdot (l) \cdot v_{th} \quad \text{jobbról jövő elektronok}$$

$$F = F_1 - F_2 = \frac{1}{2} v_{th} [n(-l) - n(l)] \quad n(-l) = n(0) - l \frac{dn}{dx}$$

$$F = -v_{th} l \frac{dn}{dx} \equiv -D_n \cdot \frac{dn}{dx} \quad n(l) = n(0) + l \frac{dn}{dx}$$

koncentráció gradiens

diffúzivitás: $D_n \equiv v_{th} \cdot l$

Töltésmozgás diffúzióval: $J_n = -q \cdot F = qD_n \cdot \frac{dn}{dx}$

Einstein összefüggés

$$\frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = \frac{1}{2} kT \quad (\text{egyenes vonalú mozgás, 1 szabadsági fok})$$

$$J_n = qD \cdot \frac{dn}{dx} = q \left[\frac{kT}{q} \mu_n \right] \frac{dn}{dx} \quad D_n = \left[\frac{kT}{q} \right] \mu_n$$

Áramegyenlet (áramsűrűség)

$$J_n = q \cdot \mu_n \cdot n \cdot \vec{E} - q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$$

x irányú \vec{E} elektromos térerő

koncentráció gradiens

$$J_p = q \cdot \mu_p \cdot n \cdot \vec{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

$\mu_n \vec{E}$ ill. $\mu_p \vec{E}$

nagy térerő esetén helyettesítendő a telítési sebességgel! (anyagfüggő)

TÖLTÉSINJEKCIÓ

Termikus egyensúlyban: $n_i^2 = p \cdot n$

Egyensúlyon kívül: $p \cdot n > n_i^2$

Többlet töltés bejuttatása \equiv töltésinjekció $\Delta n, \Delta p$

Optikai gerjesztés által $h\nu > E_g \rightarrow$ lyuk - el.pár

Nyitó irányú előfeszítéssel $\Delta n = \Delta p$

Alacsony és magas injekció-szint: a többségi töltéshordozó koncentrációra vonatkoztatva

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow n_{no} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{no} = n_i^2 / n_{no} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}!$$

$$\Delta n = \Delta p = 10^{12} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow n_n = n_{no} + \Delta n \cong n_{no} \quad \Delta n = 1\%$$

$$p_p = p_{no} + \Delta p \cong \Delta p! \quad \Delta p = \times 1000$$

alacsony injekció: $\Delta n = \Delta p \ll N_D$

magas injekció: $\Delta n = \Delta p \geq N_D$

GENERÁCIÓ – REKOMBINÁCIÓ

Termikus egyensúlyon kívül: $p \cdot n \neq n_i^2 \Rightarrow$

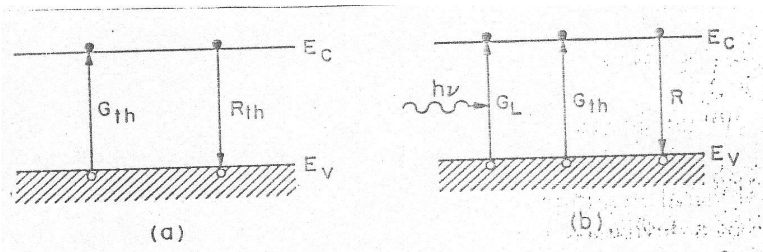
Egyensúly helyre állítása: ($p \cdot n = n_i^2$) generáció-rekombináció segítségével

R: ha fotoemisszióval jár - radiatív
 ha nem - nonradiatív
 egylépéses - direkt (sávból-sávba) pl.: **GaAs**
 többlelépéses = - indirekt (sávbeli capdán) pl.: **Si**

G_{th} -termikus generáció ráta

Elektron-lyuk pár cm^3/s

R_{th} - termikus rekombinációs ráta



Egyensúlyban: $G_{th} = R_{th}$ megvilágítás esetén ($h\nu$)

Direkt sávú félvezetőben

$R = \beta \cdot n \cdot p$ β arányossági tényező

$G_{th} = R_{th} = \beta \cdot n_{no} \cdot p_{no}$ n-típusú félvezetőben termikus egyensúlyban

ha $G = G_L + G_{th} \Rightarrow R = \beta \cdot n_n \cdot p_n = \beta (n_{no} + \Delta n) \cdot (p_{no} + \Delta p)$

$$\Delta n = n_n - n_{no}$$

$$\Delta n = \Delta p$$

$$\Delta p = p_n - p_{no}$$

$$\frac{dp_n}{dt} = G - R = G_L + G_{th} - R \quad \text{a lyukkonc. változási ráta}$$

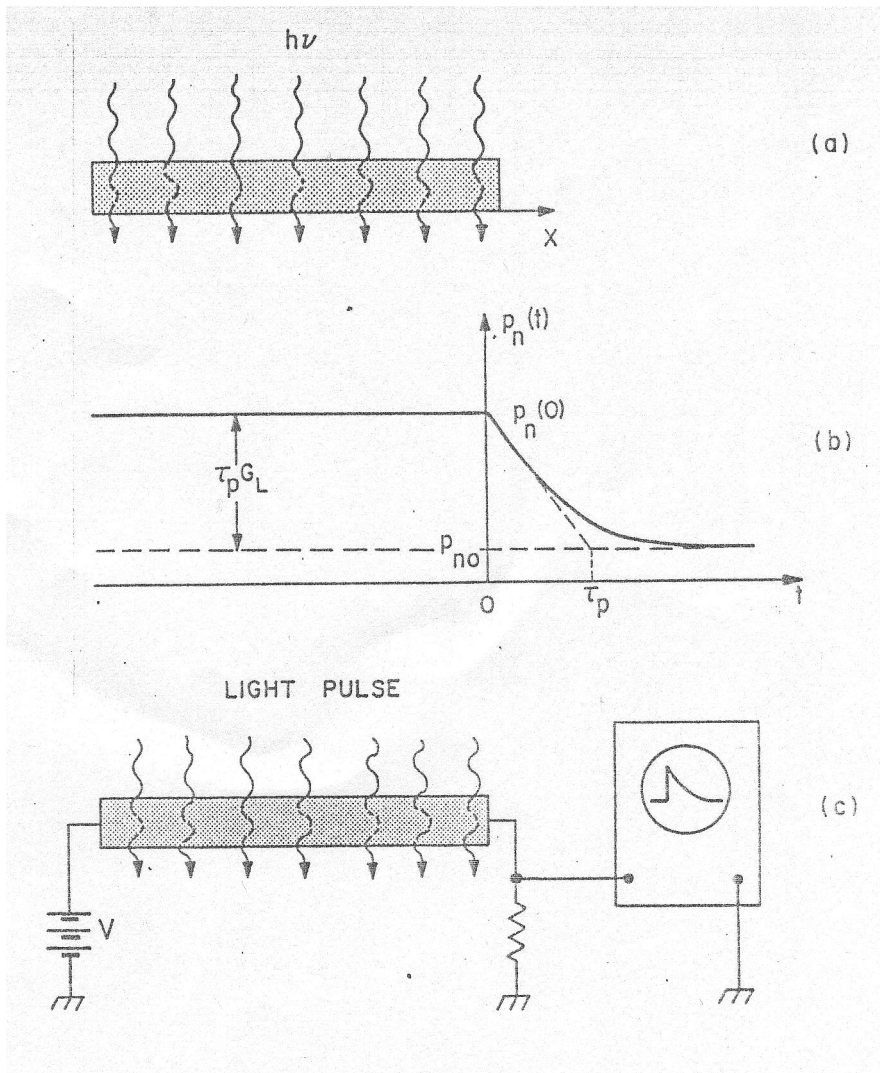
$$G_L = R - G_{th} \equiv U \quad \text{U a netto rekombinációs ráta}$$

$$U \cong \beta (n_{no} + p_{no} + \Delta p) \Delta p \quad \Delta p_i \cdot p_{no} \ll n_{no} \quad (\text{alacsony injekció})$$

$$U \cong \beta \cdot n_{no} \cdot \Delta p = \frac{p_n - p_{no}}{\frac{1}{\beta n_{no}}} \quad U=0 \text{ term. Egyensúlyban}$$

$$U = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}, \quad 1/\beta n_{no} = \tau_p \quad \text{- többlet kisebbségi töltéshordozó. élettartam}$$

Netto rekombinációs ráta arányos a kisebbségi töltéshordozó többlettel



n – típusú félvezető
 állandó egyenletes
 megvilágítás alatt

A kisebbségi lyukak
 koncentrációjának
 csökkenése után
 exponenciális
 lecsengés

A kisebbségi
 töltéshordozó
 élettartam mérési
 vázlat

$$G_L = U = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \quad p_n = p_{n0} + \tau_p G_L$$

$$\frac{dp_n}{dt} = G_{th} - R = -U = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \Rightarrow p_{n0}(t) = p_{n0} + \tau_p G_L \cdot \exp(-t/\tau_p)$$

Indirekt sávú félvezető \Rightarrow Rekombináció a csapdákon át

elektron befogási ráta

$$pl. R_{\omega} \sim n N_{trap} (1 - F)$$

$$\sigma_n \sim 10^{-15} cm^2$$

$$v_{th} \sigma_n n \cdot N_t (1 - F) = R_a$$

v_{th} a termikus sebesség

σ_n a befogási határ keresztmetszet

emisszió

$$R_b = e_n \cdot N_t \cdot F$$

R_c analóg R_a

(milyen közel legyen az el. a csapdához)

e_n az emissziós valószínűség

R_d analóg R_b

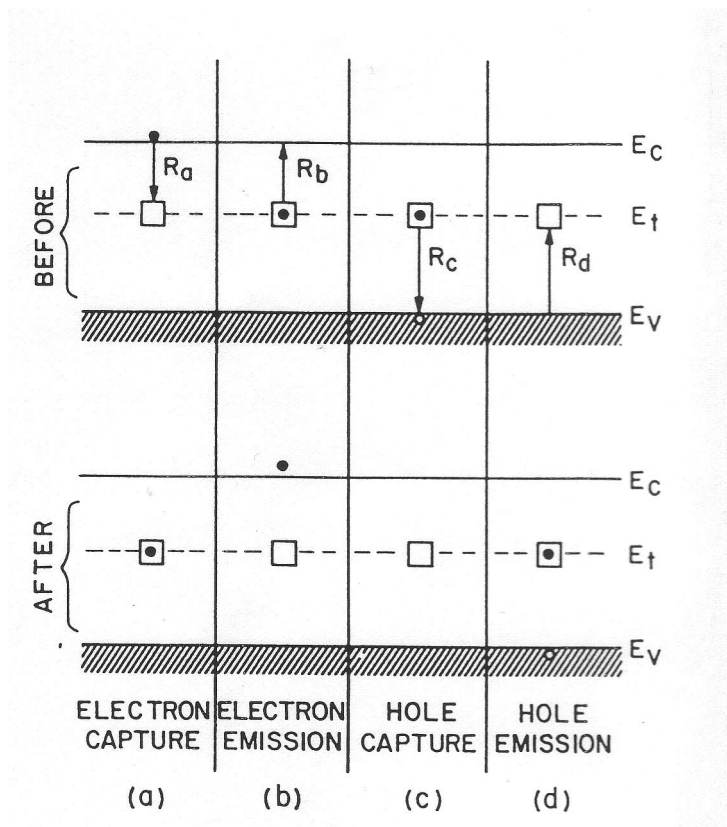
Indirekt rekombináció

(pl. Si, Ge)

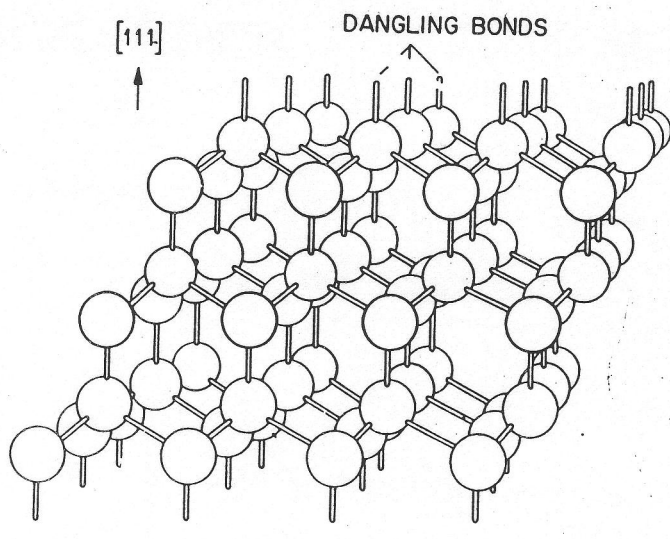
Csapdák (mélynívók) a tiltott sávban - E_T

Betöltöttség: Fermi-függvény

Elektron ill. lyuk befogás és emisszió \Rightarrow kétlépéses rekombináció



Felületi rekombináció



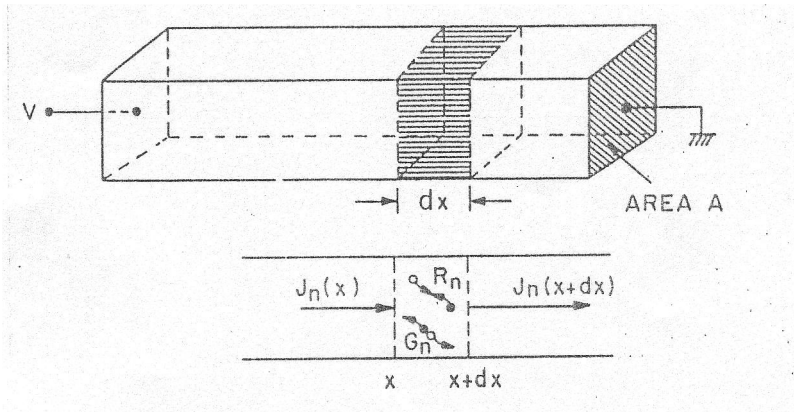
Tiszta félvezető felület.
Telítetlen (lógó) kötések száma

Anizotópia:
orientáció függő

Szerepe: MOS - tervezérelt szigetelő vezérlő elektródás eszközben.

Kontinuitási egyenlet

Drift (sodródás), diffúzió és generáció-rekombináció együtt



Infinitezimális dx szeleten átfolyó áram és benne létrejövő generáció-rekombináció

Egydimenziós eset

$$\frac{\partial n}{\partial t} A dx = \left[\frac{J_n(x) A}{-q} - \frac{J_n(x+dx) A}{-q} \right] + (G_n - R_n) A dx$$

Taylor sorfejtés: $J_n(x+dx) = J_n(x) + \frac{\partial J_n}{\partial x} dx + \dots$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_n}{\partial x} + (G_n - R_n)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_p}{\partial x} + (G_p - R_p)$$

J_n és J_p behelyettesítésével az ált. Áramegyenletből a töltés folytonossági egyenlet

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \cdot \mu_n \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \mu_n \vec{E} \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = p_n \cdot \mu_p \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \mu_p \vec{E} \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

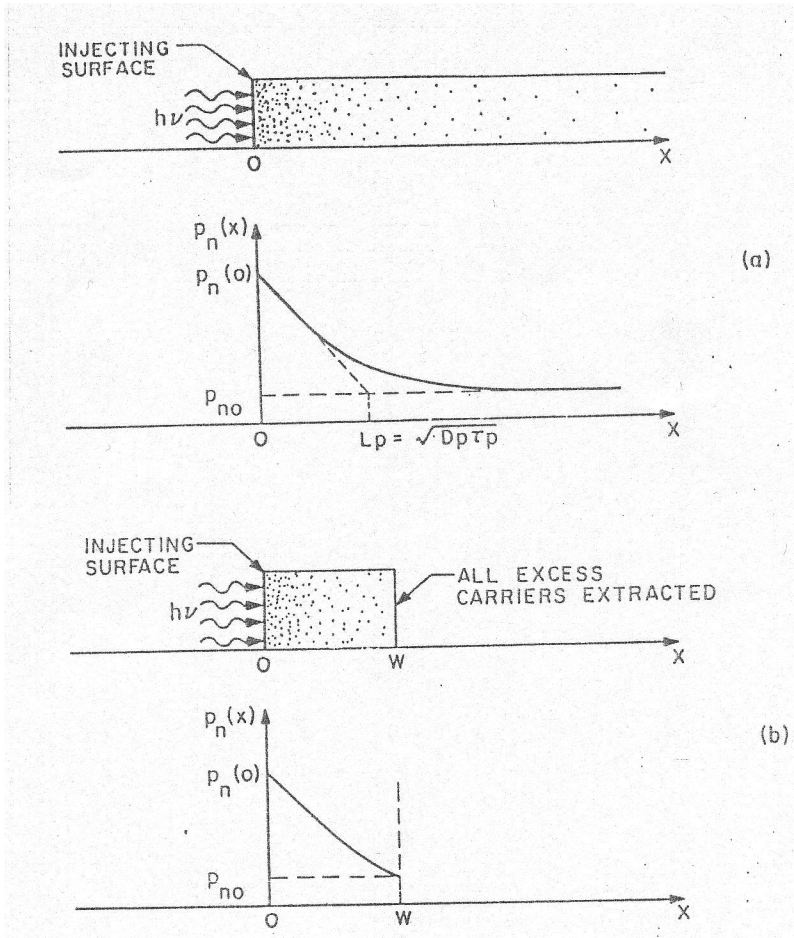
Poisson egyenlet:

$$\frac{d\vec{E}}{dx} = \frac{\rho_s}{\epsilon_s}$$

$$\rho_s = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

ρ_s tértöltés sűrűség, ϵ_s félvezető dielektromos állandója

Folytonos injekció egy oldalról



Végtelen hosszúnak tekintett mintában (n -típusú) koncentrációgradiens

Kissebségi lyukkonzentráció lecsengése a megvilágítás megszűnte után

Véges W hosszúságú minta $x=W$ -nél minden többlettöltéshordozó távozik

$$a.) \frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p \cdot \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] e^{-x/L_p}$$

$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}$ diffúziós hossz (τ_p élettartama a kissebs. töltéshord.)

b.) Peremfeltétel változás: $x=W$ -re $p_n(W) = p_{n0}$

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] \cdot \left[\frac{\sinh \left[\frac{W-x}{L_p} \right]}{\sinh \left(\frac{W}{L_p} \right)} \right]$$

$x=W, E=0$

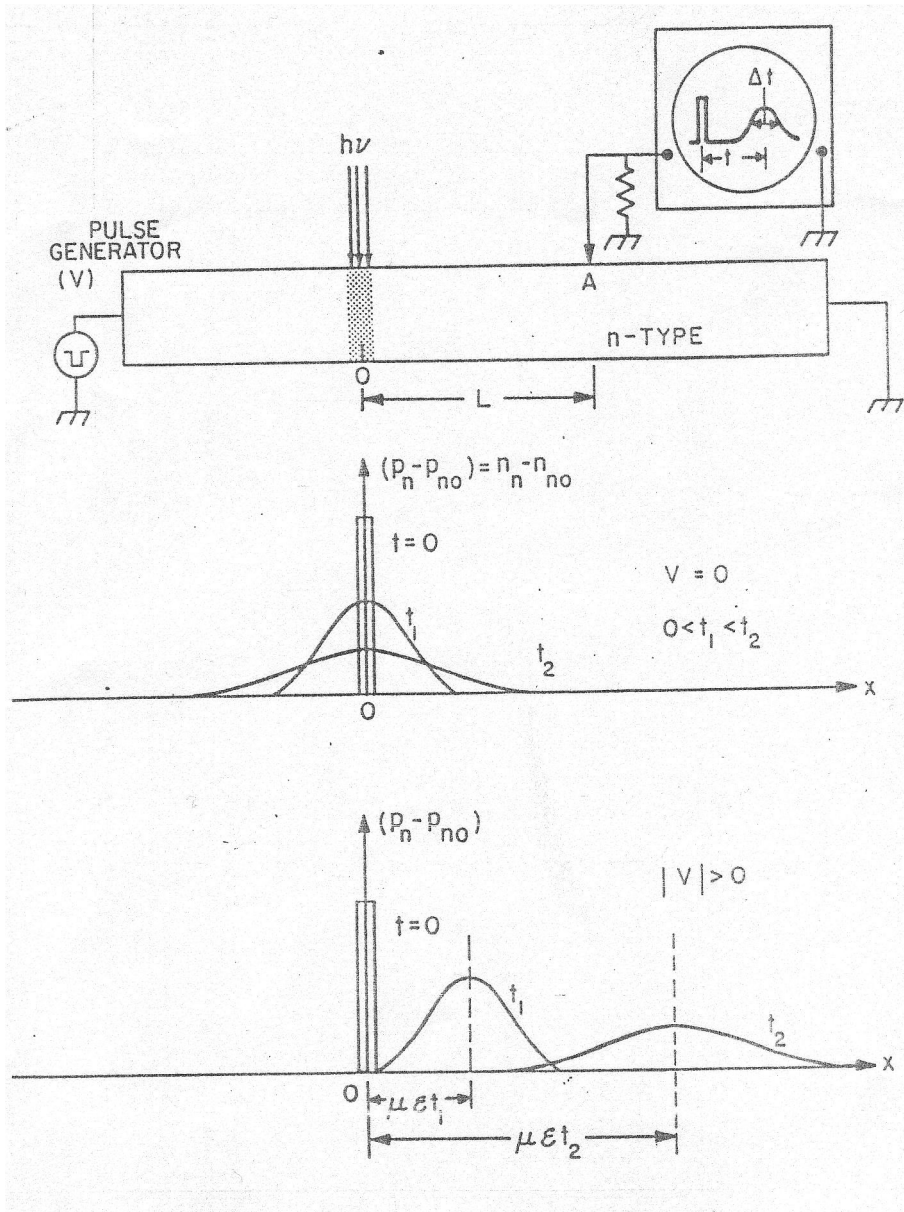
$$J_p = -qD_p \frac{\partial p_n}{\partial x} \quad W = q [p_n(0) - p_{n0}] \frac{D_p}{L_p} \cdot \frac{1}{\sinh \left(\frac{W}{L_p} \right)}$$

Peremfeltételek:

$$p_n(x=0) = p_n(0)$$

$$p_n(x \rightarrow \infty) = p_{n0}$$

Haynes-Shockley kísérlet



$h\nu$ lokális megvilágítás
Oszilloszkóp
n-típusú félvezető

lyuk-elektron pár generáció
a kisebbségi lyukak lecsengése a megvilágítás után ($V=0$)
csak diffúzió!!!

Drift tér ($V>0$) hatására a koncentráció gradiens elmozdulása a tér irányában:

$$x(t) = \mu \cdot \vec{E} \cdot t$$

drift+diffúzió

Drift + diffúzió + generáció, rekombináció

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\mu_p E \cdot \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$E = 0 \quad p_n(x, t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right) + p_{n0}$$

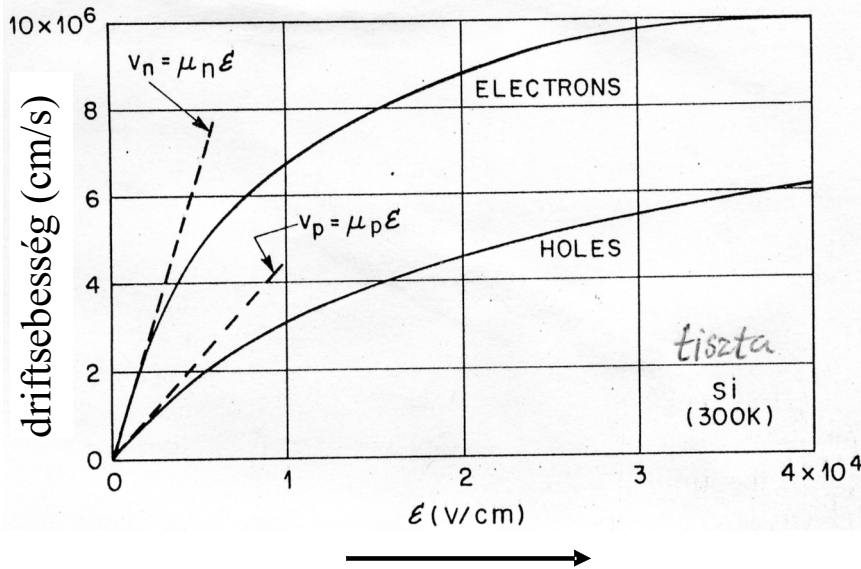
$$E \neq 0 \quad x(t) = x - \mu_p E t$$

Vezetés nagy térerő esetén

Kisterű esetben: driftsebesség lineárisan arányos E -vel

τ_c (ütközések közötti idő) független az E -től

$$v_{drift} \ll v_{th}$$



E növelésével szaturáló görbe:

empirikus összefüggés

$$v_n, v_p = \frac{V_s}{\left[1 + (E_0/E)^\gamma\right]^{1/\gamma}}$$

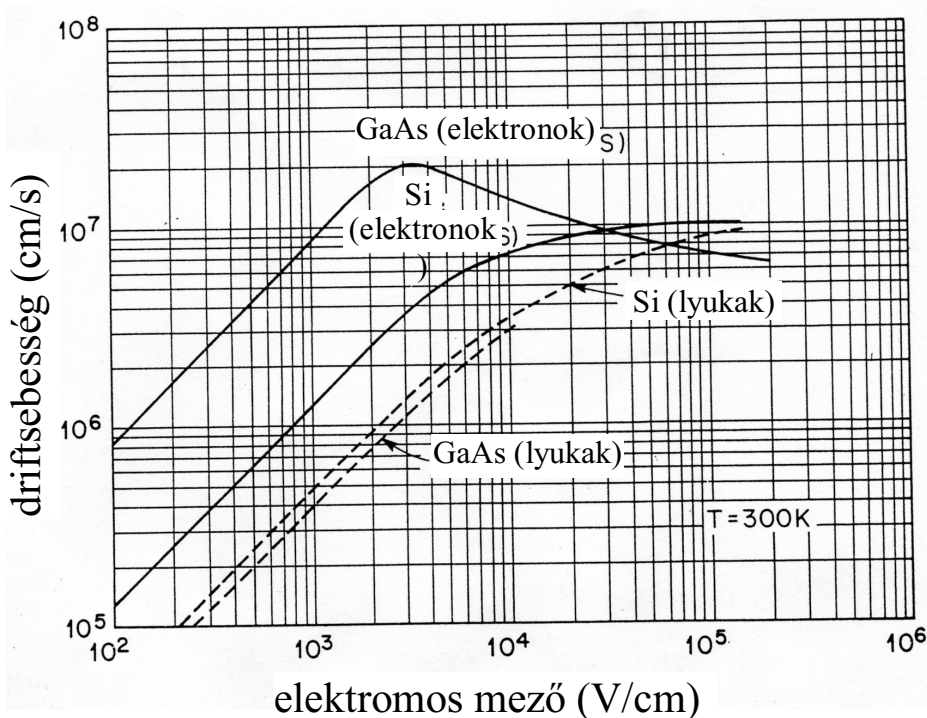
v_s a telítési sebesség

$\gamma = 2$ elektronra

$\gamma = 1$ lyukra

$$E_0 = 7 \cdot 10^3 \text{ V/cm elektronokra}$$

$$E_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ V/cm lyukakra}$$



GaAs elektron

driftsebesség

maximumának oka:

sávszerkezetének

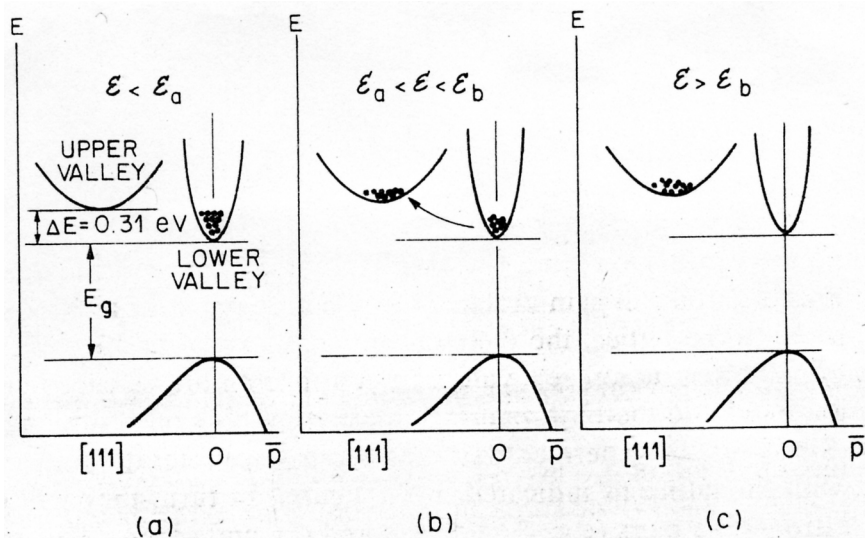
jellege (két minimum

a vezetési sávban)

Negatív differenciális

mozgékonyosság

Vezetés nagy térerő esetén



GaAs sávszerkezet, elektronállapot betöltöttség

Felhasználás: mikrohullámú eszközökben

kisterű eset

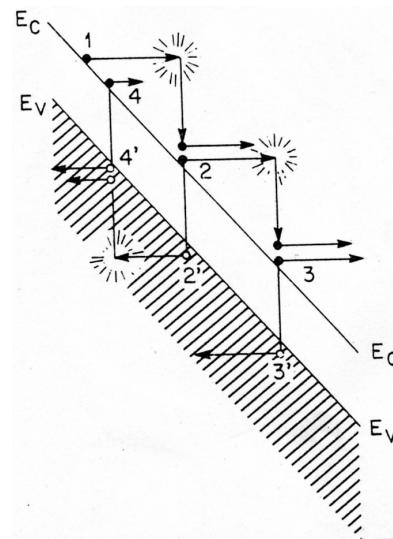
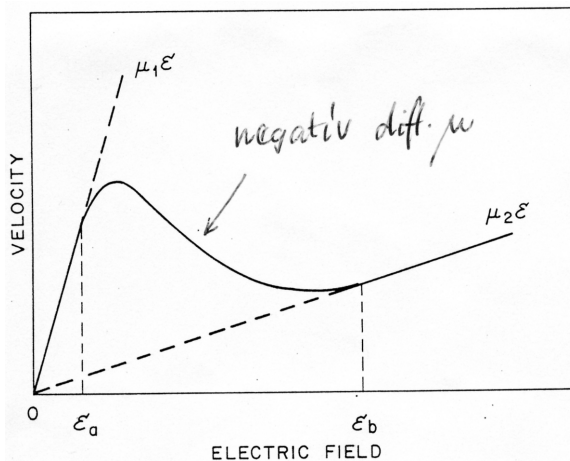
közepes eset

nagyterű eset

növekvő

driftsebesség maximum

csökkenő



Elektron-ütközéses ionizációval: vezetési elektron felszabadítása a valenciasávból – nagy kinetikus energiájú elektron több elektron-lyuk párt kelt:

lavinasokszoródás

Lavinafolyamat energija-sávdigramja

Kritikus térerősségek:

$$\varepsilon = 3 \cdot 10^5 \text{ V/cm} \quad \text{Si}$$

$$\varepsilon = 4 \cdot 10^5 \text{ V/cm} \quad \text{GaAs}$$

Elektron-lyuk pár generációs ráta (avalanche generation)

$$G_A = \frac{1}{q} (\alpha_n |J_n| + \alpha_p |J_p|)$$

α_n, α_p elektron, lyuk ionizációs ráta egységnyi megtett útra

α erősen függ az elektromos tér térerősségétől ($\alpha = 10^4 \text{ cm}^{-1}$)

Használható a kontinuitási egyenletben, mikor az eszközt lavinafeltételeknél használjuk.