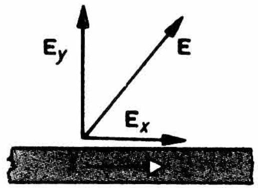


9.16. ábra

Az S vektor vezetékkel párhuzamos komponense írja le a vezeték mentén, a rá merőleges komponens a vezetékbe irányuló energiaáramlást:

$$S_yA = P_{\mathrm{Joule}} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E}_x A\mathbf{B}\times.$$

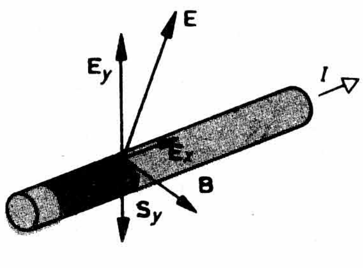
A beáramló teljesítmény sűrűsége:

$$S_y = \frac{1}{\mu_0}E_xB = \frac{1}{\mu_0}\frac{U}{l}B = \frac{1}{\mu_0}\frac{IR}{l}\mu_0\frac{I}{2r\pi} = \frac{R}{2r\pi}\frac{I^2}{l},$$

ahol l a vezetékszakasz hossza, r a vezeték sugara. Innen a beáramló teljesítmény:

$$P = S_yA = S_y2r\pi l = I^2R,$$

ahol A a vezeték kiválasztott szakasza palástjának területe (9.17 ábra). Visszakaptuk tehát a kísérletileg ellenőrzött értéket!



9.17. ábra

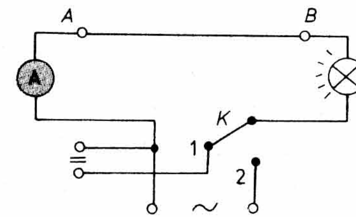
Az elektromos energia szállításakor a veszteségek elkerülésére cél, hogy a távvezeték R ellenállása vagy az áramerősség kicsiny legyen. Nagy feszültségen elérhető, hogy kis áramerősség mellett az energia sokkal nagyobb hányada jusson a fogyasztóra, mint a távvezetékre ($R_f \gg R_{vez}$).

9.3. Az impedancia

9.3.1. Ohmikus, induktív és kapacitív ellenállás

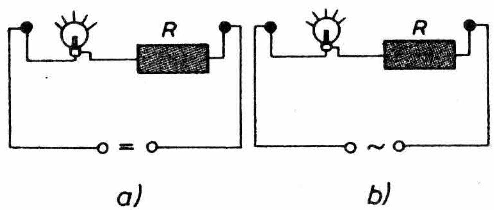
A 9.18. ábrán vázolt áramkörben az A és a B pontok közé felváltva beiktatható:

— nagy ellenállású egyenes huzal;
— az előbbivel egyenlő ellenállású, sokmenetű vasmagos tekercs;
— kondenzátor.



9.18. ábra

Ohmikus ellenállás. Kapcsoljuk először az egyenes vezetéket egyenáramú áramforrásra! A lámpa világít, a műszer áramot jelez. Ha ugyanezt a kört váltakozóáramú áramforrásra kapcsoljuk, amelynek effektív feszültsége az egyenáramú forráséval megegyező, a lámpa éppen olyan fényesen izzik, mint az előbb, a műszer is azonos áramerősséget jelez (9.19*a*, *b* ábra).



9.19. ábra

Kísérletünkből következik, hogy az egyenes vezeték ellenállása mind az egyen-, mind a váltakozóárammal szemben azonos. Az ellenállás kizárólag a vezeték adataitól függ: fajlagos ellenállásától, hosszától és keresztmetszetétől:

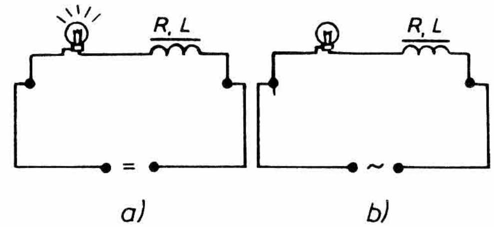
$$R=\varrho\frac{l}{A}.$$

Ezt a mennyiséget *ohmikus ellenállásnak (rezisztenciának)* nevezzük.

A csak ohmikus ellenállással rendelkező egyenes vezetéken eső $u=u_0 \sin(\omega t)$ feszültség fázisban van a rajta átfolyó áram $i=i_0 \sin(\omega t)$ erősségével, hiszen Ohm törvénye szerint $u=iR$.

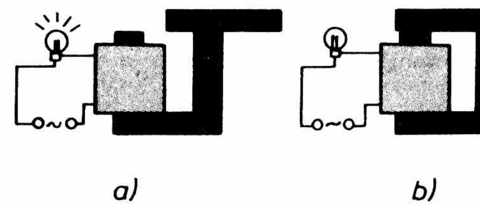
Mivel Ohm törvénye a csúcsértékekre fennáll, ebből az is következik, hogy $\sqrt{2}$-vel való osztás után kapott *effektív értékekre is érvényes az Ohm-törvény.*

Induktív ellenállás. Kapcsoljuk az előző összeállításban a tekercset az egyenes vezető helyébe! Egyenfeszültségű áramforráshoz való csatlakoztatás esetén az izzó változatlan fénnyel világít, a műszer az előzővel azonos erősségű áramot mutat. Ha viszont váltakozófeszültségre kapcsoljuk a kört, az izzó halványan világít, a műszer jóval kisebb áramerősséget jelez (9.20*a*, *b* ábra). Ha az indukciós tekercs vasmagját beljebb toljuk vagy zárjuk, vagyis az *induktivitást* növeljük, az izzólámpa világítása



9.20. ábra

teljesen meg is szűnhet, vagyis a kör ellenállása jelentősen megnőtt (9.21*a*, *b* ábra).



9.21. ábra

Kísérleteink tanúsága szerint a vezeték váltakozóárammal szemben mutatott ellenállása függ a vezeték alakjától (egyenes vezető helyett tekercs) és a környezetében levő mágnesezhető anyagoktól, vagyis az induktivitástól. Ha növeljük a frekvenciát, a tekercs ellenállása is növekszik. Egyenárammal szemben nincs ilyen többletellenállás. A tekercsnek a váltakozóáramokkal szemben tanúsított többletellenállása az önindukció következménye. Ezt az ellenállást *induktív ellenállásnak* (induktív reaktanciának) nevezzük, és X_L-lel jelöljük. Egysége az ohm.

Ideális tekercs esetén ($R=0$) az induktív ellenállás könnyen meghatározható. Ha a tekercsre $u_k=u_0 \sin(\omega t)$ váltakozófeszültséget kapcsolunk, az teljes egészében az önindukciós elektromotoros erővel tart egyensúlyt:

$$u_k+\mathcal{E}_{öi}=iR=0 \quad (R=0).$$

$$u_k = -\mathcal{E}_{öi} = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = u_L.$$

A kapocsfeszültség tehát a tekercs áramának változási sebességével arányos.

Az 1.1.5.5. alpontban láttuk, hogy rezgések esetén a kitérés, a sebesség és a gyorsulás az időnek a következő függvényei:

$$y = y_0 \sin(\omega t),$$

$$v = y_0\omega \cos(\omega t),$$

$$a = -y_0\omega^2 \sin(\omega t) = -v_0\omega \sin(\omega t),$$

ahol bármelyik mennyiség az előző változásának sebessége. Az áramerősség és a kapocsfeszültség között hasonló kapcsolat van, mint a rezgő test sebessége és gyorsulása között, hiszen ha az $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ függvényt (előjeltől eltekintve) a rezgés gyorsulásának feleltetjük meg, akkor az $u_k = L\Delta i/\Delta t$ törvényben az áramerősség a rezgés sebességének feleltethető meg.

A rezgés mozgástörvényeiből leolvashatjuk, hogy a $\cos(\omega t)$ függvény változásának sebessége $-\omega \sin(\omega t)$-vel egyenlő minden t időpillanatban. Ebből következik, hogy ha a kialakuló áramerősséget $i = -i_0 \cos(\omega t)$ függvény szerint változónak vesszük, az kielégíti mind az $u_k = L\Delta i/\Delta t$, mind az $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ feltételeket, hiszen az

$$u_0 \sin(\omega t) = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = Li_0\omega \sin(\omega t) \qquad (9.16c)$$

egyenlőség minden pillanatban teljesül, ha $u_0 = Li_0\omega$.

Mindebből két fontos tanulság vonható le.

1. Az ideális tekercsre kapcsolt $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ feszültség abban

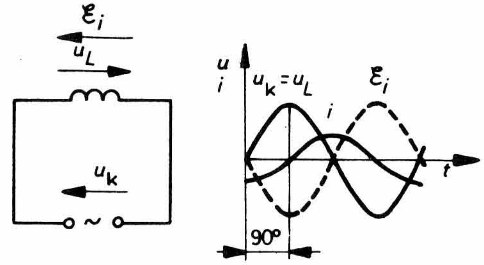
$$\boxed{i = i_0 \sin(\omega t - 90°)} \qquad (9.17)$$

időfüggésű áramot hoz létre, ui. $-\cos(\omega t) = \sin(\omega t - 90°)$ (9.22. ábra), vagyis az áram $\varphi = 90°$-kal *késik* a kapocsfeszültséghez képest.

2. A tekercs induktív ellenállása:

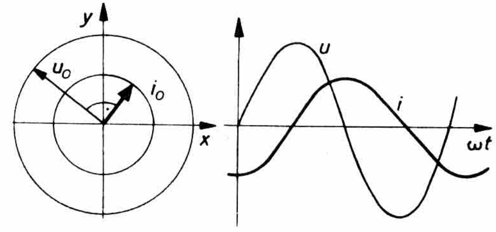
$$\boxed{X_L = \omega L} \qquad (9.18)$$

hiszen $X_L = U/I = u_0/i_0$ és (9.16) szerint $u_0/i_0 = \omega L$. *Az induktív ellenállás a körfrekvencia és az önindukciós együttható szorzatával egyenlő.*



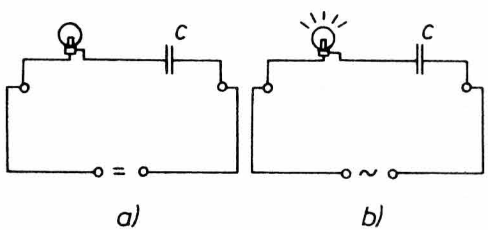
9.22. ábra

Az áram és a kapocsfeszültség forgóvektorokkal a 9.23. ábra szerint szemléltethető.



9.23. ábra

Kapacitív ellenállás. Kapcsoljuk a tekercs helyére most a kondenzátort! Egyenfeszültség esetén nem folyik áram, a kondenzátor megszakítást jelent. Ha váltakozófeszültségre kapcsoljuk a kört, az izzó világít, az áramerősség-mérő áramot jelez (9.24. ábra). Az áram erőssége nő, ha a kondenzátor kapacitását növeljük, és ugyancsak nő, ha növeljük a hálózat körfrekvenciáját. A kondenzátor tehát a váltakozóárammal szemben véges ellenállást képvisel. Az U/I hányadost itt *kapacitív ellenállásnak* (kapacitív reaktanciának) nevezzük és X_C-vel jelöljük. Egysége az ohm.



9.24. ábra

A körben azért folyik váltakozóáram, mert a kondenzátor periodikusan feltöltődik és kisül. A kapocsfeszültség most a kondenzátoron „esik le”:

$$u_k = u_C.$$

A kondenzátor feszültsége minden pillanatban

$$u_C = \frac{q}{C},$$

vagyis a pillanatnyi töltésével arányos. A kondenzátor töltését az i erősségű töltőáram szállítja. Δt idő alatt szállított Δq töltés $i\Delta t$ nagyságú, ha Δt elegendően kicsiny. Az áram pillanatnyi értéke és a kondenzátor pillanatnyi feszültsége között ezek alapján a következő kapcsolat áll fenn:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C\frac{\Delta u_C}{\Delta t}.$$

A kialakuló *áram erőssége* tehát nem a feszültséggel, hanem a *feszültségváltozás* sebességével *arányos*.

Ha a kapocsfeszültség $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ függvény szerint változik, akkor a változás sebessége a harmonikus rezgés összefüggései alapján $u_0\omega \cos(\omega t)$. Innen a kondenzátort töltő áram erőssége:

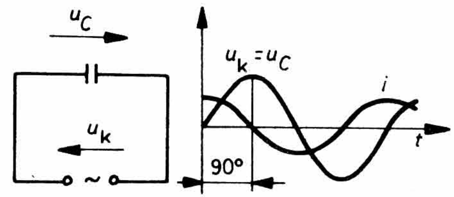
$$i = C\frac{\Delta u_C}{\Delta t} = u_0 C\omega \cos(\omega t). \tag{9.19}$$

Mindebből két eredmény következik:

1. A kondenzátorra kapcsolt $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ feszültség a körben

$$\boxed{i = i_0 \sin(\omega t + 90°)} \tag{9.20}$$

időfüggésű áramot hoz létre, vagyis az áram erőssége $\varphi = 90°$-kal *siet* a kapocsfeszültséghez képest (9.25. ábra).



9.25. ábra

2. A kondenzátor kapacitív ellenállása:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}} \tag{9.21}$$

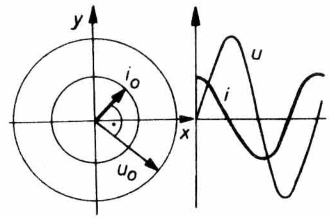
ui. az áramerősség és a feszültség csúcsértékei között (9.19) és (9.20) szerint $i_0 = u_0 C\omega$ a kapcsolat. Innen a kapacitív ellenállás:

$$X_C = U_C/I = u_0/i_0 = 1/\omega C.$$

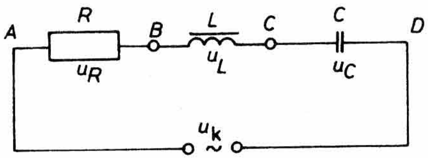
A kapacitív ellenállás a hálózat körfrekvenciája és a kondenzátor kapacitása szorzatának reciprokával egyenlő.

Az áram és a kapocsfeszültség forgóvektorokkal a 9.26. ábra szerint szemléltethető.

Az *RLC* kör. Ha ellenállást, tekercset és kondenzátort sorba kapcsolunk, akkor ún. soros *RLC* kört kapunk (9.27. ábra). Ha erre a rendszerre $u_k = u_0 \sin(\omega t)$ feszültséget kapcsolunk,



9.26. ábra



9.27. ábra

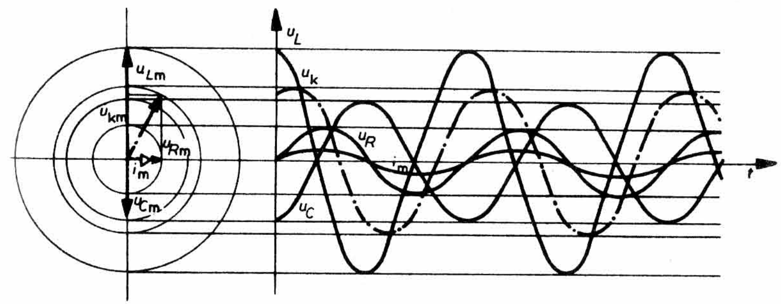
$i=i_0 \sin(\omega t-\varphi)$ időfüggésű áram jön létre. Mekkora a φ fázis-eltolódás szöge, és mekkora a kör $U/I=Z$ eredő ellenállása? Az $U/I=Z$ értéket látszólagos ellenállásnak vagy *impedanciának* nevezzük. A választ grafikusan, a forgóvektorok segítségével kaphatjuk meg legkönnyebben.

A generátor u_k kapocsfeszültsége a három kapcsolási elemen oszlik meg:

$$u_k=u_R+u_L+u_C.$$

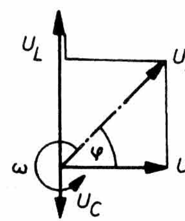
(Ez az összefüggés csak a pillanatnyi értékekre érvényes, az effektív értékekre nem!)

Az előzőek szerint az áramerősség az ellenálláson eső u_R feszültséggel van fázisban, tehát a kondenzátoron eső u_C feszültség csúcsértéke az u_R csúcsértékéhez képest 90°-kal késik, u_L csúcsértéke pedig u_R-éhez viszonyítva 90°-ot siet. A 9.28. ábra mutatja a fázisviszonyokat. Az egymáshoz képest mereven forgó, ω szögsebességű vektorok y tengelyre eső vetületei adják fázishelyesen a pillanatértékeket. Mivel a vektorok vetületének ösz-

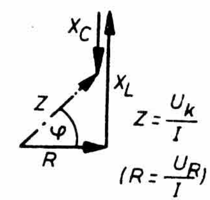


9.28. ábra

szege egyenlő a vektorok összegének vetületével, a kapocsfeszültséget a forgóvektorok eredőjének vetülete adja. Ezt a forgóvektoros ábrából kiemelve a 9.29. ábra szemlélteti.



9.29. ábra



9.30. ábra

Ha a csúcsfeszültségeket $\sqrt{2}$-vel és a kialakuló áram effektív erősségével elosztjuk, az egyes kapcsolási elemek ellenállásaira és az eredő impedanciára kapunk összefüggést, amit a 9.30. ábra szemléltet.

Ezekből az ábrákból a következőket olvashatjuk le:

1. A feszültségek csúcsértékei között az

$$u_{k0}^2=u_{R0}^2+(u_{L0}-u_{C0})^2$$

összefüggés áll fenn. Az egyenlet 2-vel való osztása és gyökvonás után az effektív feszültségek közötti összefüggésre azt kapjuk, hogy

$$\boxed{U_k=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}} \qquad (9.22)$$

2. A kapocsfeszültséget az áramerősséggel osztva megkapjuk az impedanciát:

$$\boxed{Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad (9.23)$$

3. Az áram erőssége az u_k kapocsfeszültséghez viszonyítva φ szöggel van eltolódva, ahol

$$\boxed{\cos\varphi=R/Z} \text{ ill. } \boxed{\operatorname{tg}\varphi=(X_L-X_C)/R} \qquad (9.24a, b)$$

Az effektív áramerősség természetesen:

$$I=\frac{U_k}{Z}=\frac{U_R}{R}=\frac{U_L}{X_L}=\frac{U_C}{X_C}.$$

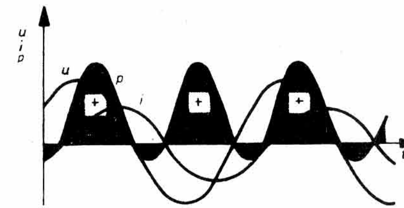
Ha a fázisszög pozitív ($\varphi>0$), akkor az áram késik a kapocsfeszültséghez képest, vagyis az induktív ellenállás az uralkodó. Ekkor a kör ellenállását *induktív impedanciának* mondjuk. Ha $\varphi<0$, a kapacitív ellenállás van túlsúlyban, a körnek *kapacitív impedanciája* van. Ha $\varphi=0$, a fázissiettető és fáziskésleltető hatás kiegyenlíti egymást. Ekkor $X_L=X_C$ és $Z=R$.

9.3.2. Teljesítmény és munka az *RLC* körben

Láttuk, hogy *ohmikus ellenállással* (rezisztenciával) rendelkező áramköri elemen a váltakozóáram $P=IU=I^2R$ teljesítményt ad le, ahol I és U az áramerősség és a feszültség effektív értékeit

jelenti. Ennek megfelelően az R ellenálláson leadott energia („az áram munkája") t idő alatt $W=IUt=I^2Rt$. Ez a munkavégzés nyugvó vezetékek esetén teljes egészében a vezeték belső energiáját növeli (Joule-hő).

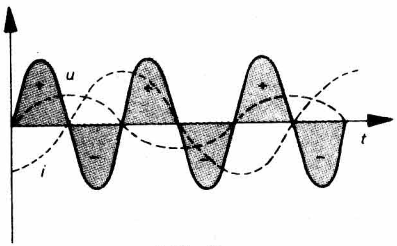
Ha azonban az áramerősség és a feszültség nincs fázisban, vagyis az áramköri elemnek nemcsak ohmikus ellenállása van, a pillanatnyi feszültség és áramerősség szorzatának grafikonja (a pillanatnyiteljesítmény-görbe) értékei pozitív és negatív értékeket egyaránt felvesznek (9.31. ábra). Így a végzett munka elő-



9.31. ábra

jele is egyes intervallumokban pozitív, másokban negatív. A *pozitív munkák* jelentik az *ellenálláson leadott és az elektromos és mágneses mezők felépítésére* fordított energiák összegét, a *negatív munkák* pedig a felépült mezők megszűnése során a *hálózatba visszatáplált* energiát. A két érték különbsége a *hatásos munka,* ami a fogyasztó R ellenállásán hővé alakul (vagy esetleg mechanikai munkát fedez pl. motorokban). A pozitív periódusban az áramkör fogyasztóként, a negatívban áramforrásként működik.

Ha a fáziskülönbség az áram és a kapocsfeszültség között $+90°$ vagy $-90°$, a teljesítménygörbe alatti terület negatív és pozitív részei egymással megegyező nagyságúak. Az áram munkája ekkor minden befejezett periódusra zérus. Az ilyen áramot *meddő (watt nélküli) áramnak* nevezzük (9.32. ábra).



9.32. ábra

Ha a fáziskülönbség tetszőleges φ $(-90° \leqq \varphi \leqq +90°)$, a *hatásos (vagy wattos) teljesítmény* $P = I^2R$. Ez kifejezhető a kapocsfeszültséggel is, figyelembe véve a fáziseltolódás szögét. Mivel $\cos\varphi = R/Z$ és $Z = U/I$, ezeket az effektív teljesítmény képletébe írva azt kapjuk, hogy

$$\boxed{P = IU\cos\varphi} \tag{9.25}$$

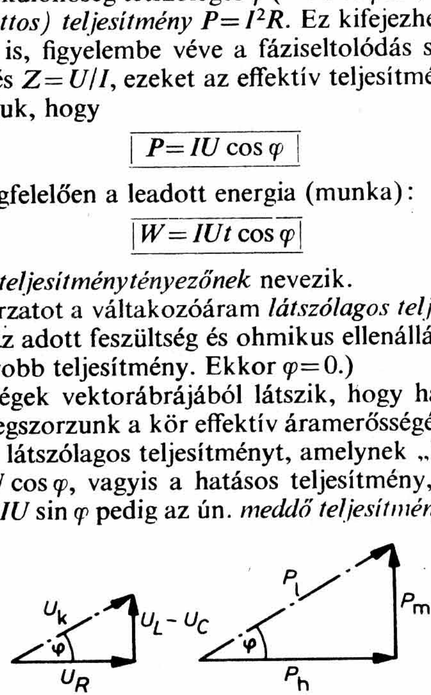
és ennek megfelelően a leadott energia (munka):

$$\boxed{W = IUt\cos\varphi} \tag{9.26}$$

ahol $\cos\varphi$-t *teljesítménytényezőnek* nevezik.

Az IU szorzatot a váltakozóáram *látszólagos teljesítményének* hívják. (Ez az adott feszültség és ohmikus ellenállás esetén elérhető legnagyobb teljesítmény. Ekkor $\varphi = 0$.)

A feszültségek vektorábrájából látszik, hogy ha minden feszültséget megszorzunk a kör effektív áramerősségével, megkapjuk az eredő látszólagos teljesítményt, amelynek „hatásos vetülete" $P_h = IU\cos\varphi$, vagyis a hatásos teljesítmény, „meddő vetülete" $P_m = IU\sin\varphi$ pedig az ún. *meddő teljesítmény*. Ez az, ami



9.33. ábra

a látszólagos teljesítményből nem alakítható hasznos munkává. A 9.33. ábra mutatja az összefüggéseket: $UI = P_l$, $U_RI = P_h = UI\cos\varphi$, $(U_L - U_C)I = P_m = UI\sin\varphi$, és ezek alapján:

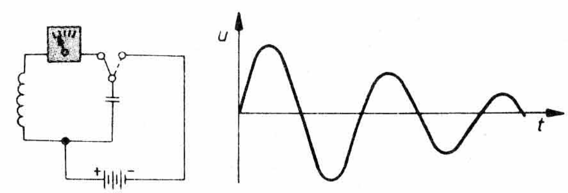
$$\boxed{P_l = \sqrt{P_h^2 + P_m^2}} \tag{9.27}$$

Az elektromos gépeknél a látszólagos teljesítményt szokták feltüntetni, mivel a vezetékeket maximális áramerősségre és maximális feszültségre kell méretezni. A különböző teljesítményfajtákat „mértékegységeikben" is kifejezésre juttatják. A hatásos teljesítmény egysége a W (watt), a látszólagos teljesítményé a VA (voltamper) és a meddőé a var (voltamper reaktív).

9.4. Szabad és kényszerített elektromágneses rezgések

9.4.1. Rezgőkörök szabad rezgései

Töltsünk fel egy nagy kapacitású kondenzátort, majd zárjuk rövidre egy kis ohmikus ellenállású, nagy induktivitású tekerccsel! Ha érzékeny, középállású ampermérőt kapcsolunk a körbe vagy a kondenzátorról egy oszcilloszkóphoz csatlakozunk, azt tapasztaljuk, hogy a kondenzátor rövidre zárását nem pillanatszerű áramlökés kíséri, hanem váltakozóáram indul meg a körben, amelynek amplitúdója fokozatosan csökken (9.34. ábra).



9.34. ábra

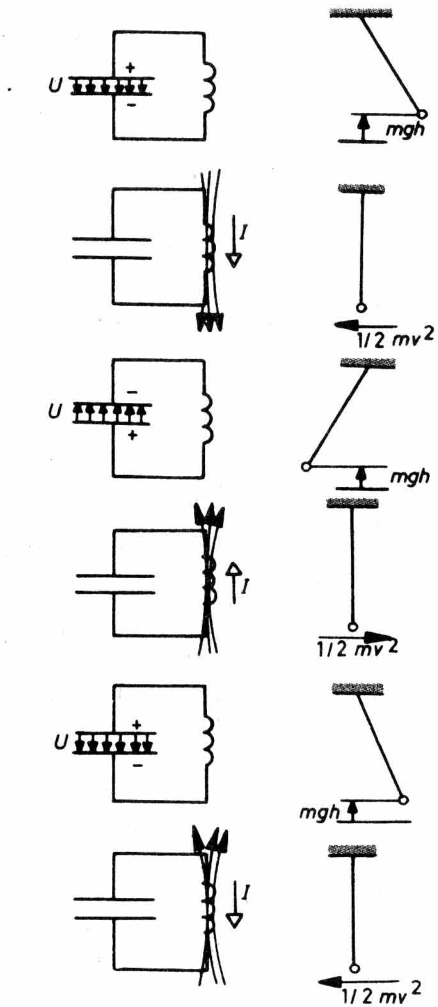
A jelenség okát az indukciós tekercs és a kondenzátor energiatároló képességében és a mágneses mező tehetetlenségében találjuk meg. Az áram nem szűnik meg a kondenzátor töltéseinek elvesztése után, hanem tovább folyik, miközben az előzővel ellenkező töltéssel látja el a kondenzátor lemezeit.

A kezdőpillanatban a kondenzátornak $E_{el}=\frac{1}{2}Cu_m^2$ energiája volt, amely az elektromos mezőben halmozódott fel. Amikor zártuk az áramkört, a tekercsen áram folyt keresztül, ami mágneses mezőt létesített. A kondenzátor energiája fokozatosan a tekercs energiájába ment át. Feltételezve, hogy az ohmikus ellenállás $R=0$, a töltését teljesen elvesztett kondenzátor kezdeti energiája teljes egészében a tekercs $E_{még}=\frac{1}{2}Li_m^2$ energiájával egyenlő. (u_m és i_m a feszültség és áramerősség csúcsértékei.) Nyilvánvaló, hogy a kondenzátor feszültsége és a kör áramerőssége között 90°-os fáziseltolódás van, mert amikor a kondenzátor feszültsége 0, a tekercs energiája maximális, és az összenergia állandó lévén annak teljes egészében a tekercsben kell megjelennie. Ez pedig maximális áramerősség esetén áll fenn.

Ahogy a mágneses fluxus nem keletkezhet pillanatszerűen, úgy pillanatszerűen nem is képes eltűnni. A tekercs önindukciós elektromotoros ereje *Lenz törvénye* szerint a gyengülő áramerősséget fenntartani igyekszik, tehát a kondenzátor teljes kisülése után a tekercs *energiaforrássá* válik. Az áram tehát tovább folyik, míg a kondenzátor ellenkezőleg fel nem töltődik. Ezután a folyamat az előző időbeli tükörképe lesz.

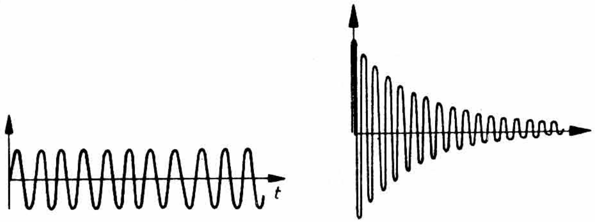
A kondenzátorból és tekercsből álló zárt kört *elektromos rezgőkörnek* nevezzük. Az ideális ($R=0$) rezgőkörben a folyamat korlátlanul folytatódhatna, ami azt jelenti, hogy az u_m és i_m amplitúdók állandóak. Az ilyen rezgéseket *csillapítatlan harmonikus rezgéseknek* nevezzük. A 9.35. ábrán a rezgőkört mechanikai megfelelőjével együtt látjuk: az ingamozgásnál a helyzeti és mozgási energiák alakulnak egymásba.

A valóságban minden rezgőkörnek van ohmikus ellenállása, aminek következtében a kezdetben betáplált energia fokozato-



9.35. ábra

san csökken, s a rezgések egy idő múlva elhalnak. Az ilyen rezgéseket *csillapodó rezgéseknek* nevezzük. A csillapítatlan és csillapodó rezgések áramerősség-változását a 9.36*a, b* ábra mutatja.



a) b)

9.36. ábra

Az áramnak a rezgőkörben végbemenő olyan rezgéseit, amelyek idegen, kényszerítő energiaforrás nélkül jönnek létre, *szabad elektromágneses rezgéseknek*, a rezgőkör szabad rezgésének frekvenciáját a kör *sajátfrekvenciájának* nevezzük.

Ideális rezgőkör sajátfrekvenciáját könnyen meghatározhatjuk. Az energiamegmaradás törvényét alkalmazva írható, hogy $Cu_m^2/2=Li_m^2/2$. A váltakozóáramú áramkörre felírt Ohm-törvény szerint a kondenzátoron folyó áram és a kondenzátorfeszültség effektív értékei között az $U=IX_C=I/\omega C$ összefüggés áll fenn, ami a csúcsértékekre is érvényes: $u_m=i_m/\omega C$, ahol ω a létrejövő áram körfrekvenciája. Ezt az energiaegyenletbe írva:

$$\frac{1}{2}C\frac{i_m^2}{\omega^2C^2}=\frac{1}{2}Li_m^2,$$

ahonnan a kialakuló áram keresett körfrekvenciája:

$$\boxed{\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad (9.28a)$$

és a sajátfrekvencia, ill. a periódusidő:

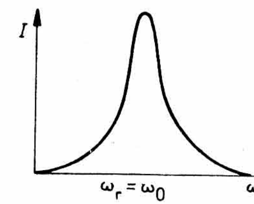
$$\boxed{\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \quad \text{ill.} \quad \boxed{T=2\pi\sqrt{LC}} \qquad (9.28b, c)$$

A (9.28c) összefüggést *Thomson-képletnek* nevezik.

9.4.2. Rezgőkörök kényszerített rezgései. Impedanciák soros és párhuzamos kapcsolása

9.4.2.1. Soros *RLC* kör. Feszültségrezonancia

Kapcsoljunk állandó effektív kapocsfeszültségű, változtatható körfrekvenciájú hálózatra sorosan ellenállást, tekercset és kondenzátort, valamint ampermérőt (soros *RLC* kör), (l. a 9.27. ábrát). A körben a periodikus külső elektromotoros erő hatására ún. *kényszerített* vagy *gerjesztett elektromágneses rezgések* jönnek létre. Ha a hálózat frekvenciáját (pl. a generátor fordulatszámának növelésével) 0-ról fokozatosan növeljük, azt tapasztaljuk, hogy az effektív áramerősség eleinte lassan, majd hirtelen megnő. Legnagyobb értékét egy meghatározott ω_r körfrekvenciánál veszi fel, majd a frekvenciát tovább növelve ismét csökkenni kezd (9.37. ábra).



9.37. ábra

Hasonló jelenséget tapasztalunk, ha állandó körfrekvenciájú hálózatra kapcsoljuk a rendszert, de a tekercs L induktivitását vagy a kondenzátor C kapacitását változtatjuk folyamatosan. A 9.3. szakaszból tudjuk, hogy egy ilyen soros RLC kör impedanciája

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

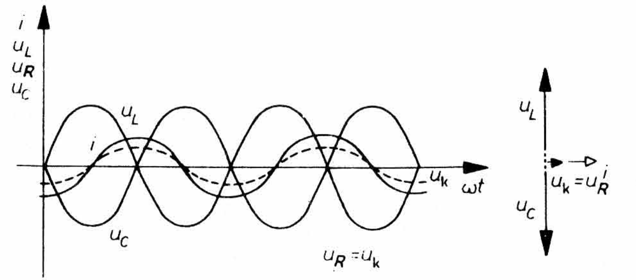
nagyságú [l. a (9.23) képletet]. Ebből leolvasható, hogy adott L és C esetén található olyan ω, amelyre az $\omega L-\frac{1}{\omega C}$ kifejezés zérussá válik. Ekkor lesz az eredő impedancia minimális, noha az induktív és kapacitív elemek X_L és X_C ellenállása külön-külön igen nagy lehet. Ekkor az eredő Z impedancia az R ohmikus ellenállás értékét veszi fel. Ha R elegendően kicsiny, az adott U_k kapocsfeszültség hatására az $I=U_k/Z=U_k/R$ egyenlet szerint igen tekintélyes áram folyhat át a rendszeren. Ekkor viszont külön a tekercsen, ill. a kondenzátoron $U_L=U_C=IX_L=IX_C$ abszolút értékű feszültség esik, ami az X_L és X_C nagy értéke miatt a kapocsfeszültség többszázszorosát is elérheti! Ezt a jelenséget nevezzük *feszültségrezonanciának*.

Első kísérletünkben egy rezgőképes rendszer sajátfrekvenciájához hangoltuk a hálózat frekvenciáját, és így értük el a kényszerített rendszerrel való rezonanciát. A második esetben $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$-nek megfelelően a rezgőkör sajátfrekvenciáját változtatva értük el a feszültségrezonanciát.

A mechanikai rezonanciához (l. a 2.4.10. pontot) hasonló esettel állunk szemben. A rezonancia a rendszer szabadrezgéséhez tartozó rezgésszámon jön létre. Z ui. akkor minimális, ha $\omega L=1/(\omega C)$, ahonnan $\omega=1/\sqrt{LC}$, ill. $\nu=1/2\pi\sqrt{LC}$, a szabad rezgőképes rendszer sajátfrekvenciája.

A soros rezgőkört felhasználhatjuk feszültségemelésre, ui. a rezonanciafrekvencián a kör kapcsain levő kis feszültség mellett

a kondenzátoron, ill. a tekercsen igen nagy feszültség léphet fel. Természetesen ez a két feszültség a kör áramához képest $+90°$-kal, ill. $-90°$-kal el van tolva, egymáshoz viszonyítva tehát 180°-os fáziseltolódás lép fel. Ezért minden pillanatban 0 az ideális tekercsen és kondenzátoron együttesen mért feszültség (9.38. ábra). (Veszteséges tekercs esetén ez a fáziseltolódás kisebb.)



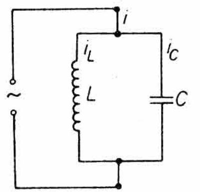
9.38. ábra

A feszültségrezonancia sok esetben nem kívánatos, ui. a tekercsen megjelenő igen nagy feszültség a szigetelést átütheti, a berendezés tönkremehet.

9.4.2.2. Párhuzamos LC és RLC kör. Áramrezonancia

Ideális LC kör. A kényszerrezgés érdekes esete a párhuzamos rezgőköré. Párhuzamosnak nevezzük az LC rezgőkört, ha az L, C elemeket zártan kapcsoljuk az áramforrásra, vagyis úgy, hogy a generátor kapcsain a tekercs és a kondenzátor párhuzamosan csatlakozzék (9.39. ábra). Legyen a tekercs ohmikus ellenállása elhanyagolható ($R=0$, ideális tekercs).

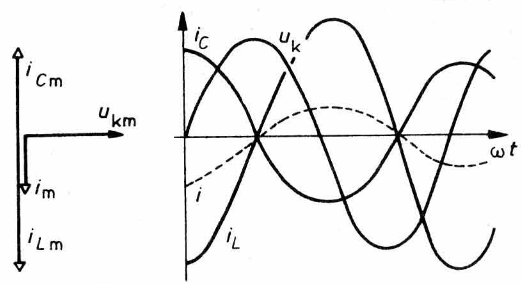
Párhuzamos rezgőkör esetén a tekercs és a kondenzátor ugyanazon a feszültségen van: a generátor kapocsfeszültségén. Az áram két részre ágazik. Az áramerősség pillanatnyi értékeire



9.39. ábra

Kirchhoff törvénye érvényes: $i = i_L + i_C$, vagyis a főág áramának pillanatnyi értéke az osztott ágak áramerősségei pillanatnyi értékének algebrai összegével egyenlő. Az áramok effektív értékeire pedig Kirchhoff törvénye az ún. vektorösszegezéssel érvényes (l. a forgóvektoros ábrázolást, 8.3.2. szakasz, 8.44. ábra).

Ismeretes [l. a (9.17) és a (9.20) képleteket], hogy a kondenzátorágban folyó áram 90°-kal *siet* a feszültséghez képest ($\varphi = -90°$), a tekercs árama ugyanennyivel *késik* ($\varphi = +90°$). A párhuzamos rezgőkör áramának és kapocsfeszültségének fázisviszonyait a 9.40. ábra mutatja. Mivel $i_L = \frac{u_k}{L\omega} \sin(\omega t - 90°)$



9.40. ábra

és $i_C = u_k C\omega \sin(\omega t + 90°)$, felhasználva a $\sin(\omega t - 90°) = -\sin(\omega t + 90°)$ azonosságot, a főágban folyó áram erőssége a következőképpen írható:

$$i = i_L + i_C = u_k \left| C\omega - \frac{1}{L\omega} \right| \sin(\omega t \pm 90°). \qquad (9.29)$$

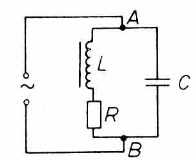
A fázisszög előjele attól függ, hogy $C\omega$ nagyobb vagy kisebb, mint $1/L\omega$ (l. a 9.40. ábrát).

A párhuzamos *LC* kör *eredő impedanciája* a $Z = U_k/I = u_{km}/i_m$ értelmezés alapján (9.29)-nek az $i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$-vel való összehasonlítása szerint:

$$Z = \frac{1}{\left| C\omega - \frac{1}{L\omega} \right|}. \qquad (9.30)$$

A kapocsfeszültség és a főág árama közötti *fáziskülönbség* $\mp 90°$. (A főág árama vagy az egyik, vagy a másik osztott ág áramával van azonos fázisban.)

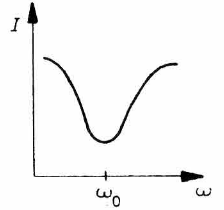
Veszteséges *LC* kör. A valóságos esetben mindig van ohmikus ellenállása a tekercsnek, még ha kicsi is, ezért a fázisviszonyok az előzőektől kissé eltérnek. A 9.41. ábra egy veszteséges *LC*



9.41. ábra

kör kapcsolását mutatja, ahol a tekercs ohmikus ellenállását a tekercs elé, vele sorba kötött ellenállással vettük figyelembe.

Helyezzünk a két ágba és a generátor áramkörébe egy-egy igen kicsiny ellenállású ampermérőt! Ezzel az *effektív áramerősségeket* mérjük. Legyen a kondenzátor kapacitása változtatható. Miközben ezt kis értékről fokozatosan növeljük, az egyes ágak műszerei mutatják, hogy az egyes ágakban folyó áramok erőssége hogyan változik, de a főágban mért áramerősség nem egyezik az osztott ágakban mértek összegével. Ugyanakkor azt is tapasztaljuk, hogy a főágban eleinte csökken az áramerősség, majd egy minimális érték után ismét növekedni kezd (9.42. ábra).



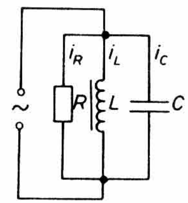
9.42. ábra

Ez azt jelenti, hogy a rezgőkör *A* és *B* pontja között egy meghatározott kapacitásértéknél képviseli a generátorárammal szemben a maximális ellenállást. A főágban akkor *minimális* az áramerősség, amikor mindkét mellékágban az áramerősség értéke megközelítően egyenlő. Kicsi *R* ohmikus ellenállás esetén ez igen nagy abszolút értékű lehet. Ezt az esetet *áramrezonanciának* nevezzük.

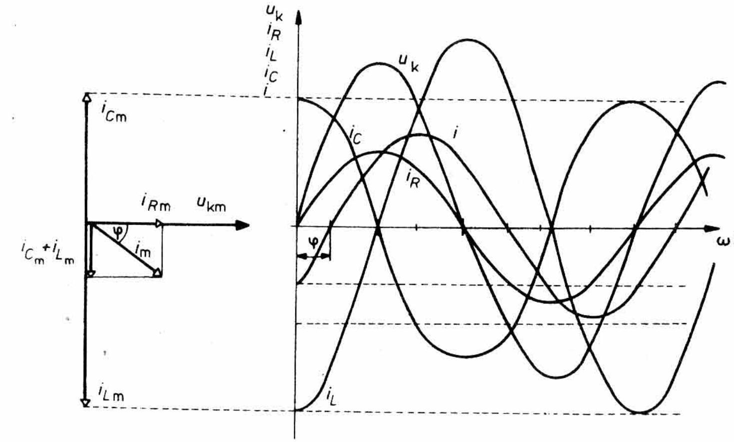
Áramrezonancia esetén az energia a kondenzátor és tekercs között leng, mint a rezgőkör szabad rezgéseinél, a generátor csak a veszteséget pótolja. Ekkor legnagyobb ui. a kör ellenállása. Ebből következik, hogy az áramrezonancia is akkor áll fenn, ha a gerjesztőáram frekvenciája megegyezik a *rezgőkör sajátfrekvenciájával*, vagyis midőn $L\omega = 1/C\omega$, tehát $\omega = 1/\sqrt{LC} = \omega_0$.

Párhuzamos *RLC* kör. Ha a generátorra *R* ohmikus ellenállást, *L* induktivitású, veszteségmentes tekercset és *C* kapacitású kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk, párhuzamos *RLC* kört kapunk (9.43. ábra). A mellékágakban

$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_L = \frac{U}{L\omega} \quad \text{és} \quad I_C = UC\omega$$



9.43. ábra



9.44. ábra

erősségű áramok folynak, ahol *U* a generátor kapocsfeszültsége. A 9.44. ábra az u_k kapocsfeszültséghez mint „alapvektorhoz” viszonyítva tünteti fel az ágak áramait. A főágban folyó áram erőssége az ábra alapján:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} = \frac{U}{Z}. \quad (9.31)$$

Innen a *látszólagos vezetőképesség* (a látszólagos ellenállás reciproka):

$$\frac{1}{Z}=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)^2}, \tag{9.32}$$

és a főág árama és kapocsfeszültsége közötti fáziseltérés szöge:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}}=R\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right). \tag{9.33}$$

9.4.3.2. Rezgőkörök csatolása

Ha két rezgőkört egymás mellé helyezünk úgy, hogy pl. az egyik tekercsének mágneses fluxusa átmenjen a másik rezgőkör tekercsén is, a két tekercs között energiacsere megy végbe. Ez esetben *csatolt rezgésekről*, ill. csatolt rezgőkörökről beszélünk. A kölcsönös induktivitás nagyságától függően a csatolás lehet szoros vagy laza.

Rezonancia akkor lép fel a rezgőkörök között, ha a két kör sajátfrekvenciája megegyezik. Ekkor a rezgésidők egyenlőségéből

$$2\pi\sqrt{L_1C_1}=2\pi\sqrt{L_2C_2},$$

vagyis a két rezgőkör rezonanciában van, ha kapacitásuk és indukciós együtthatójuk szorzata megegyezik:

$$\boxed{L_1C_1=L_2C_2} \tag{9.34}$$

Rezgőkörök rezonanciára való beállítását *hangolásnak* nevezzük. Ez megvalósítható akár forgókondenzátor kapacitásának változtatásával, akár az indukciós együttható változtatásával, pl. a vasmag helyzetének változtatásával.

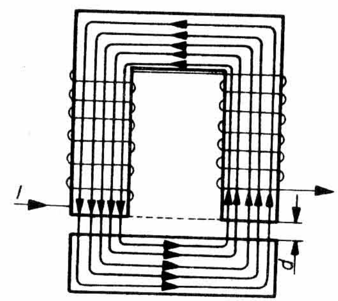
9.5. Gyakorlati alkalmazások

9.5.1. Az elektromágnes

Ha egy áramjárta tekercs belsejét vassal töltjük ki (vasmag), az általa keltett **B** mágneses indukció és a $\Phi=BA$ mágneses fluxus igen nagy mértékben megnő. Ugyanakkor a zárt vasmag anyaga nem engedi szétszóródni az indukcióvonalakat, mintegy magába zárva „vezeti" azokat. Mindennek részletes magyarázatát a 26. fejezetben találjuk. Az alábbiakban a vas e tulajdonságait felhasználjuk.

Elektromágnest kapunk, ha lágyvasat áram segítségével mágnesezünk fel. Az áram kikapcsolása után a lágyvas azonnal elveszti mágnességét (az ún. visszamaradó mágnesség elhanyagolható). Az elektromágnesek jól szabályozott erő kifejtésére alkalmasak.

Az elektromágnes vasmagjának homloklapjai és a rajta felfekvő záróvasmag között fellépő erőt (az elektromágnes maximális erőkifejtését) a mágneses energia megváltozásának és a vasmag és záróvas közötti rés megnövelésekor végzett munkának az összehasonlításával határozhatjuk meg (9.45. ábra).



9.45. ábra

Távolítsuk el az elektromágnes véglapjaitól igen kicsiny d távolságra a záróvasat az indukcióvonalakkal párhuzamos irányban! (d legyen olyan kicsi, hogy a szórt mágneses mező mindvégig elhanyagolható maradjon.)