

Határozatlan integrál gyakorló feladatok

1. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat (az alapintegrálok és a linearitás alapján):

$$\int x^4 dx, \quad \int \sqrt{x} dx, \quad \int \frac{1}{x^2} dx, \quad \int x\sqrt{x} dx, \quad \int \sqrt[3]{x^2} dx, \quad \int x\sqrt{x\sqrt{x}} dx, \\ \int \frac{x+3}{\sqrt{x}} dx, \quad \int (8x^3 - 6x^2 + 8x - 6) dx, \quad \int x(x-1)(x+1) dx, \quad \int 2^{x+1} \cdot 3^x dx, \\ \int (2\cos x - 3\sin x) dx, \quad \int \frac{2x^2-1}{x^2+1} dx, \quad \int \frac{4-x^2}{2x} dx, \quad \int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

2. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat (parciális integrálással):

$$\int x \cos x dx, \quad \int (x^2 - 2x)e^x dx, \quad \int x2^{x+1} dx, \quad \int x \ln x dx, \quad \int e^x \sin x dx.$$

3. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat (helyettesítéses integrálással):

$$\int \cos(2x + \pi) dx \quad (u = 2x + \pi), \quad \int (3x + 5)^{2015} dx \quad (u = 3x + 5), \\ \int \frac{96}{(7-x)^{25}} dx \quad (u = 7-x), \quad \int xe^{3x^2-9} dx \quad (u = 3x^2-9), \\ \int 12x\sqrt{9-x^2} dx \quad (u = 9-x^2), \quad \int x^2 \cos(x^3) dx \quad (u = x^3), \\ \int \frac{6x}{\sqrt{9-x^4}} dx \quad \left(u = \frac{x^2}{3}\right), \quad \int \frac{2^x}{4^x+1} dx \quad (u = 2^x), \\ \int \operatorname{ctg} \theta d\theta \quad (u = \sin \theta), \quad \int \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} d\theta \quad (u = \cos \theta), \\ \int \frac{1}{t^2} \cos \frac{1}{t} dt \quad \left(\omega = \frac{1}{t}\right), \quad \int 2\sqrt{x^2+1} dx \quad (x = \operatorname{sh}(t), \dots).$$

4. Számítsuk ki a következő — racionális törtfüggvényeket tartalmazó — határozatlan integrálokat:

$$\int \frac{6}{x^2+3x} dx, \quad \int \frac{2x}{x^2-4x+5} dx, \quad \int \frac{10x+12}{x^3+4x^2+4x} dx.$$

5. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat (az alkalmas módszerekkel):

$$\int \operatorname{arctg} x dx, \quad \int \sin^2(5x) dx, \quad \int \frac{\operatorname{sh} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int e^x \sqrt{e^x+3} dx, \\ \int \frac{\cos t - \sin t}{\cos t + \sin t} dt, \quad \int \frac{1}{\cos \theta} d\theta, \quad \int \arcsin x dx, \quad \int 20x\sqrt[4]{4-x^2} dx, \\ \int \cos^3 x dx, \quad \int 32x^{15}(1-x^8)^3 dx, \quad \int \log_3(x^2+x) dx, \quad \int \frac{1}{x \ln x} dx.$$